La méthode de Singapour et la résolution de problèmes mathématiques

La méthode de Singapour favorise-t-elle une amélioration significative dans la résolution de problèmes mathématiques en première année secondaire ?

Étudiante : Nadia JAD
Option : Section AESI / Mathématiques

Co-promotrice : Mélanie RACZEK
Co-promoteur : Raehda KABIR

Année académique 2024/2025

place Rouppe 28 – 1000 Bruxelles – T : +32 2 504 09 40 – heff.pedagogique@he-ferrer.eu
www.he-ferrer.eu

Antoine De Saint-Exupéry : « Si tu veux construire un bateau, ne rassemble pas tes hommes et femmes pour leur donner des ordres, pour expliquer chaque détail, pour leur dire où trouver chaque chose. Si tu veux construire un bateau, fais naître dans le cœur de tes hommes et femmes le désir de la mer. »

Remerciements :

Je souhaite exprimer ma profonde gratitude envers toutes les personnes qui ont contribué à l'accomplissement de ce travail. Tout d'abord, je tiens à remercier ma collègue, Madame Yakoub Zineb, pour son appui constant tout au long de cette aventure et pour sa participation active durant cette étude. Je suis également reconnaissante envers mes professeures, Madame Michel et Madame Vanden Abeele, qui m'ont accompagnée avec bienveillance et encouragement tout au long de mon parcours académique. C'est aussi grâce à madame Vanden Abeele que j'ai pu porter un intérêt particulier à la manipulation dans l'apprentissage et qui représente une pierre angulaire dans le processus concret dans la méthode de Singapour.

Je tiens à adresser mes remerciements à mon amie Somia, dont le soutien indéfectible a été une source précieuse de réconfort et de motivation. Je remercie également ma famille, qui a toujours cru en moi et m'a soutenue sans relâche à chaque étape de mon cheminement.

Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance à mes promoteur.e.s, Monsieur Kabir et l'extraordinaire Madame Raczek, pour leur patience, leur bienveillance, et leur soutien si précieux. Madame Raczek, en particulier, son enseignement rigoureux et exigeant a non seulement enrichi mes connaissances, mais a également ravivé ma passion pour les mathématiques. Par son engagement elle a su faire ressortir toute la beauté de ce sujet passionnant.

Table des matières

Tables des figures et illustrations

Table des annexes

Avant-propos :

La résolution de problèmes mathématiques représente un enjeu éducatif majeur, tant pour le développement intellectuel des élèves que pour leur préparation à affronter les défis de la vie quotidienne.

Étant maman de quatre enfants aux profils très différents – l'un d'entre eux étant dyslexique/dyscalculique et deux autres HPI – et ayant donné des cours particuliers en mathématiques pendant plus de 20 ans, j'ai exploré de nombreuses méthodes pour enseigner les mathématiques et adopter une approche « sur mesure ». J'ai souvent fabriqué du matériel concret pour renforcer l'aspect visuel, ce qui a grandement aidé mes enfants et mes élèves. Avant chaque explication, je sollicitais leurs représentations spontanées, que ce soit sous forme de schéma ou verbalement, afin de partir de leurs perceptions et de construire progressivement les notions à travailler. Cette démarche, qui s'adaptait aux profils variés des apprenants, exploitait des approches multiples pour mieux ancrer les apprentissages. Lorsque j'ai découvert la méthode de Singapour, elle a immédiatement résonné avec ma pratique : son approche visuelle, concrète et progressive correspond parfaitement aux besoins des élèves et à ma manière d'enseigner. Elle me semble être un outil précieux pour aider les apprenants à tous les niveaux, quels que soient leurs profils.

Enseigner les mathématiques va bien au-delà de la simple transmission de connaissances arithmétiques ou géométriques. Il s'agit avant tout de cultiver un esprit critique, logique et analytique chez les élèves. Ces qualités sont essentielles non seulement pour la réussite scolaire, mais aussi pour le développement d'une aptitude à analyser et à résoudre les problèmes rencontrés dans la vie de tous les jours. Les mathématiques, en tant que discipline structurée et rigoureuse, offrent un terrain fertile pour l'épanouissement de ces compétences transversales.

En Communauté française de Belgique, le document « Programmes de mathématiques du premier degré, Ville de Bruxelles, 2002, p.65 » stipule que « C'est par la résolution de problèmes que l'élève développe des aptitudes mathématiques, acquiert des connaissances profondes et se forge une personnalité confiante et active . De manière générale, la résolution de problèmes est envisagée comme le cadre principal des apprentissages. En outre, les Socles précisent que les élèves doivent également acquérir diverses compétences spécifiques à la démarche de résolution de problèmes.

Parmi les méthodes d'enseignement des mathématiques ayant démontré leur efficacité, la Méthode Singapour se distingue particulièrement. Cette approche, qui a propulsé les élèves de

Singapour aux premiers rangs des évaluations internationales, repose sur une pédagogie structurée et visuelle favorisant la compréhension profonde des concepts et des compétences en résolution de problèmes. Cette pédagogie forme la base de l'enseignement des mathématiques depuis l'école primaire jusqu'au niveau pré-universitaire (Lee Pen & Lee Nghan, 2017, p.30).

Ce qui m'intéresse particulièrement dans la méthode de Singapour, et dans le cadre de mon travail, c'est son approche intégrée qui allie le visuel, l'abstrait et la modélisation. Pour moi, cette combinaison constitue un trio pédagogique puissant, puisqu'elle est, surtout, inspirée par des recherches scientifiques majeures et par des pédagogues reconnus tels que Maria Montessori, Piaget ou encore Bruner.

Le volet visuel de la méthode occupe une place centrale : il permet aux élèves de visualiser les concepts mathématiques grâce à des manipulations concrètes et des représentations graphiques. Cette approche favorise la compréhension, notamment pour les apprenants qui ont besoin de « voir » pour apprendre.

L'abstraction, quant à elle, est abordée de façon progressive et naturelle. Les élèves passent donc naturellement, et graduellement, de la manipulation concrète à une réflexion qui est plus conceptuelle. Cette façon de faire les prépare à développer des raisonnements mathématiques solides, tout en étant autonomes.

Enfin, il y la modélisation, qui joue le rôle de passerelle entre le concret et l'abstrait. En recourant à des diagrammes ou à des schémas pour résoudre des problèmes, les élèves acquièrent des compétences de résolution structurée, transférables à une multitude de situations.

Pour conclure sur la méthode de Singapour, elle n'est pas seulement une approche mathématique, mais une philosophie d'apprentissage qui place l'élève au cœur de son parcours éducatif. C'est cette dimension holistique et scientifique qui la rend particulièrement captivante et pertinente.

Ainsi, ce travail ambitionne de contribuer à une meilleure compréhension des enjeux et des pratiques pédagogiques en matière de résolution de problèmes mathématiques, et d'offrir des pistes concrètes inspirées de la Méthode de Singapour, pour enrichir l'enseignement de cette discipline essentielle. Nous en venons donc à la formulation de la problématique : « *La méthode de Singapour favorise-t-elle une amélioration significative dans la résolution de problèmes mathématiques en première année secondaire ?* »

Partie théorique

1. Introduction

Les enquêtes PISA citées par Feyfant en 2015, les résultats des évaluations externes, telles que le CE1D en 2018 et 2019 et les résultats de l'évaluation externe pour les premières communes à la ville de Bruxelles en 2023 montrent que les élèves font face à des difficultés significatives, surtout lorsqu'il s'agit de la résolution de problèmes nécessitant un raisonnement approfondi et des stratégies appropriées. Ce constat, quant à lui, fournit le cadre de réflexion central pour cette partie théorique, afin de déterminer les stratégies qui favorisent l'apprentissage et l'enseignement de la résolution de problèmes mathématiques.

Premièrement, il sera question de développer le concept de résolution de problèmes entant que notion fondamentale des mathématiques. Je commencerai par clarifier la notion du problème mathématique et répertorier ses typologies courantes selon les différents chercheurs pour finalement explorer le rôle pédagogique de la résolution de problème. J'aborderai ensuite la variété de stratégies de résolution qui ont émergé à travers l'histoire des mathématiques. Dans ce contexte, j'accorderai une attention particulière à celle qui servira de fondement à l'approche décrite dans ce travail, la modélisation mathématique.

Deuxièmement, je vais considérer la méthode Singapour. J'expliquerai les fondements de l'approche et révéler ses principes de base qui assurent une structure solide de l'enseignement des mathématiques. En outre, j'expliquerai le concept de relation avec la différenciation pédagogique pour comprendre comment cette méthode permet de répondre aux différents besoins des élèves. Après avoir discuté de la méthode dans son ensemble, je me concentrerai sur son application à la résolution de problèmes. Enfin, je vais aborder les limites de cette méthode pour lui donner une représentation objective et critique à la lumière du contexte belge et des différents profils d'élèves.

L'objectif principal de cette partie théorique est donc de comprendre comment l'approche Singapour peut contribuer à surmonter les difficultés rencontrées par les élèves, et proposer des solutions adaptées et inclusives pour améliorer leurs performances et leur confiance dans la résolution de problèmes. À travers cette étude, je formulerai des pistes concrètes pour enrichir les pratiques pédagogiques des enseignants et renforcer les compétences des élèves dans un domaine central pour leur réussite scolaire et leur développement personnel.

2. La résolution de problème mathématique

De nombreuses études menées à l'international montrent que la résolution de problèmes occupe une place significative dans les programmes scolaires de divers pays (Lajoie et Bednarz, 2012, 2016). Au Québec par exemple, ils ont intégré depuis longtemps cette approche axée sur larésolution de problèmes mathématiques, tant dans leurs objectifs que dans les méthodes recommandées pour enseigner les mathématiques aux élèves (Bednarz, 2002 ; MEQ, 1988). Des éléments de cette pratique peuvent être retracés dès 1800, notamment dans la préface du traité d'arithmétique approuvé par le Conseil de l'instruction publique Québécois en 1836.

Dans notre pays, la Belgique, l'accent a été mis sur la résolution de problèmes mathématiques et les processus cognitifs impliqués dans l'apprentissage (Verschaffel & De Corte, 2000). Par ailleurs, l'attention sur la résolution de problèmes mathématiques dans les programmes scolaires a été formalisée dans les années 1980. En 1987, le ministère de l'Éducation nationale a publié un nouveau cadre de référence pour l'enseignement des mathématiques, qui a encouragé cette approche. Cette orientation s'est renforcée au fil des réformes éducatives qui ont suivi, notamment avec les objectifs d'apprentissage définis dansles programmes de 1994 et 2002, qui mettent l'accent sur le développement de compétences en résolution de problèmes (Wang, 2009).

2.1 Définition

Dans le dictionnaire de la langue française, le **problème** se définit comme une **question à résoudre** en utilisant des données disponibles. Il implique la recherche d'un résultat inconnu ou la détermination de la méthode à suivre pour arriver à une conclusion. Cette définition met en lumière l'idée que la difficulté repose sur l'analyse des données et le choix d'une stratégie adaptée pour atteindre une solution correcte.

Selon Brousseau (1983), est un problème, pour un élève donné, toute situation (réelle ou imaginaire) dans laquelle des questions sont posées, ces questions étant telles que l'élève ne peut y répondre de manière immédiate. Brousseau conceptualise le problème mathématique comme une « situation fondamentale » où l'analyse épistémologique de la connaissance visée est essentielle pour favoriser son acquisition chez les élèves. Cette analyse vise à établir les conditions permettant aux élèves de s'engager activement dans la construction de nouveaux savoirs mathématiques.

Selon Perrnoud (2000), il y a problème lorsqu'on peut apporter des réponses par des raisonnements. Il faut qu'il y ait quelque chose à chercher et qu'il ne soit pas possible d'utiliser la mémoire seule.

Richard (1990), définit également le problème comme étant une tâche à réaliser dans des conditions définies et pour laquelle on ne connaît pas de mode de réalisation dans ces conditions. On sait quel est le but à atteindre, on connaît le contexte dans lequel il doit être atteint, mais on ne connaît pas la procédure pour l'atteindre.

Aussi, d'après Demonty et ses collègues (2007), un problème se pose lorsqu'une personne désire accomplir quelque chose mais ne sait pas comment s'y prendre, ou lorsqu'ellevise un objectif sans avoir défini les moyens d'y parvenir. Cette idée met en évidence le fait que la résolution de problèmes est une véritable activité de recherche, qui fait appel à un processus d'action.

La littérature de recherche et les documents officiels utilisent de nombreuses terminologies pour parler d'enseignement/apprentissage par la résolution de problèmes. Elles permettent aussi de différencier les différentes catégories de problèmes qui peuvent être exploitées à différentes fins pédagogiques (Fagnant et Vlassis, 2010), ce que je développerai dans ce qui suit.

Grâce à cette exploration théorique, je pourrais mettre en exergue des différences entre les auteurs ci-dessus mentionnés. Brousseau et Demonty abordent le problème d'un point de vue pédagogique ou épistémologique, tandis que Richard adopte une perspective plus technique ou opérationnelle. Brousseau et Perrnoud insistent sur l'engagement cognitif et actif de l'élève, alors que Richard et Demonty mettent en avant les caractéristiques contextuelles et méthodologiques du problème.

Demonty, Richard et Perrnoud soulignent tous la nécessité de chercher et de raisonner, tandis que Brousseau met en avant une réflexion systématique sur les savoirs à acquérir. Fagnant et Vlassis ajoutent quant à eux une perspective didactique en différenciant les catégories de problèmes pour des usages variés.

Je conclus de ces observations qu'un problème existe lorsqu'on tente de déduire des informations non explicites à partir de données connues. Dans le cadre scolaire, la résolution de problèmes me semble être une action qui consiste à manipuler des informations fournies sous forme d'énoncé pour obtenir des réponses spécifiques. Ce processus fait donc naturellement appel à un raisonnement logique et à une approche méthodique.

2.2 Typologie

Les problèmes mathématiques peuvent être utilisés pour réaliser divers objectifs d'apprentissage, suite à quoi nous avons une variété de types de problèmes. Ils sont classés selon une typologie proposée par Charnay (1992) :

- **Problèmes pour la construction de nouvelles connaissances** appelés « situations-problèmes » : Ces situations-problèmes sont proposées au début de l'apprentissage, et permettent l'acquisition de nouvelles connaissances. *Exemple pour introduire les nombres relatifs (positifs et négatifs) : Dans un village, la température varie beaucoup selon les saisons. Ce matin d'hiver, il fait -3 °C, mais l'après-midi, elle est montée à +4 °C. Combien de degrés la température a-t-elle augmenté entre le matin et l'après-midi ?*

Ici l'objectif est de :

- o *Introduire la notion de nombres entiers positifs et négatifs (température au-dessus et en dessous de zéro).*
- o *Réaliser que pour trouver l'augmentation de température, ils doivent calculerla différence entre +4 et -3.*
- o *Calculer la différence entre deux nombres entiers pour déterminer l'augmentation ou la baisse de température.*
- o *Introduire ensuite des concepts mathématiques permettant de réaliser des soustractions entres nombres entiers.*

- **Problèmes pour réinvestir les connaissances acquises :**

o **<u>Problèmes d'application directe</u> (ou de réinvestissement)** : Ils impliquent de mobiliser et/ou d'appliquer des connaissances et procédures apprises antérieurement.

Ici on pourrait utiliser le même problème cité ci-dessus. La différenceréside dans la manière de l'aborder. Les élèves peuvent directement appliquer les concepts mathématiques appris après s'être bien représenté le problème.

$$4-(-3) = 4+3 = 7$$

[Concept mathématique : La soustraction d'un nombre est l'addition de son opposé].

○ **<u>Problèmes d'intégration</u>** : Ils nécessitent de mobiliser et d'intégrer diverses connaissances et procédures. Exemple : *Pendant une semaine, la température dans une ville varie fortement en raison de changements climatiques extrêmes. Voici les relevés de température,en degrés Celsius, pour chaque jour de la semaine :*

- *Lundi : -3 °C*
- *Mardi : +2 °C*
- *Mercredi : -6 °C*
- *Jeudi : -1 °C*
- *Vendredi : +4 °C*
- *Samedi : -5 °C*
- *Dimanche : +3 °C*

Quel a été l'écart de température le plus important entre deux jours consécutifs ?
Calculez la température moyenne de la semaine.

Pour la première question, les élèves doivent comprendre d'abord lanotion « d'écart » et « consécutif ». Ensuite ils peuvent calculer ladifférence entre les températures de deux jours qui se suivent (consécutifs) en appliquant les concepts appris. Ils constatent que l'écart le plus important est de 9 °C, entre vendredi (+4 °C) et samedi (- 5 °C).

Pour la deuxième question, ils doivent connaitre la notion de « moyenne ». Ensuite, ils doivent additionner toutes les températuresde la semaine, obtiennent -6 °C, puis divisent par 7 pour calculer la moyenne, soit environ -0,86 °C (ou -1 °C si arrondi).

• **Problèmes pour développer des compétences de recherche** : Ils sont conçus pour placer les élèves en situation de recherche et développer des compétences méthodologiques telle que la modélisation mathématique. Exemple : *Lors d'un tournoi de soccer, six équipes devaient affronter chacune des autres équipes une fois seulement. Combien de parties y a-t-il eu dans ce tournoi ?*

Pour répondre à cette question, différents arrangements (modélisations) sont utilisés par les élèves.

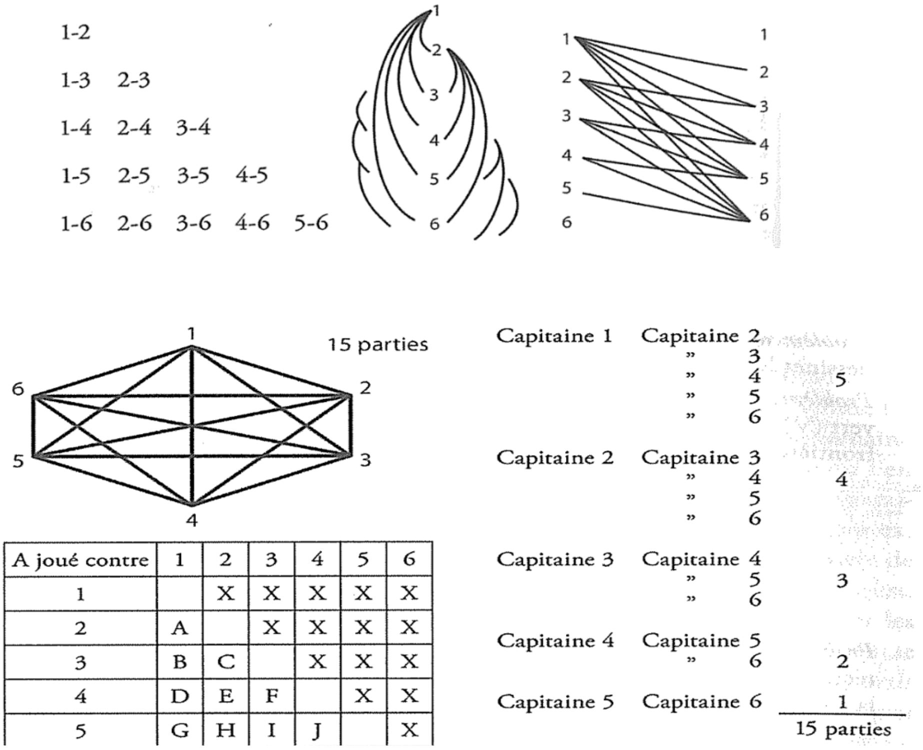


Figure 1 Problème de recherche (Dorier et al., 2018, pp. 444-445)

Dans chacun des cas, le nombre de parties trouvées est le nombre attendu, soit 15.

Selon Charnay (1992), cette dernière catégorie est composée des « problèmes d'apprentissagede la recherche » ou des « problèmes ouverts ». Une équipe de l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques de Lyon (IREM) a proposé le terme « problème ouvert » pour désigner une catégorie de problèmes destinés à placer les élèves dans une situation propice au développement d'une démarche scientifique.

En effet, les problèmes, dont la structure et les contenus mathématiques peuvent être similaires à ceux d'application ou d'intégration, mais qui présentent une complexité qui demande une véritable démarche de « modélisation mathématique » (Verschaffel, Greer et De Corte, 2000).

2.3 Rôle des problèmes mathématiques

Selon Valentin (1988), Charnay (1988) et Duquesne (2010), le problème joue un rôle crucial dans l'acquisition des connaissances et leur donne une signification : ainsi, il permet de contextualiser les concepts mathématiques et notions théoriques, ce qui les rend ainsi plus compréhensibles et applicables. En posant un problème concret, l'élève est amené à mettre en relation les apprentissages abstraits avec des situations réelles ou simulées. La résolution de problèmes nécessite une multitude de compétences et constitue ainsi une tâche complexe. Il est important de considérer les concepts mathématiques comme **des moyens** de résoudre des problèmes.

Deux rôles principaux sont généralement liés à la résolution de problèmes : l'apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes et l'acquisition de méthodes et de processus de résolution (Fagnant et Vlassis, 2010, p. 50). L'objectif principal se concentre sur l'acquisition des concepts mathématiques : les problèmes sont employés pour développer de nouvelles connaissances. Ensuite, ces connaissances sont utilisées pour résoudre des problèmes appelés problèmes d'application ou routiniers. Le second objectif vise à acquérir des méthodes efficaces pour résoudre des problèmes heuristiques et métacognitifs.

Depuis les années 1980-1990, Bednarz et Lajoie (2018, p.430) conseillent aux enseignants de se focaliser sur la résolution de problèmes comme « une compétence indispensable à développer et comme moyen privilégié dans l'enseignement pour développer des connaissances, des compétences, des attitudes et des stratégies de résolution de problèmes ». Deux objectifs sont définis par Dionne et Voyer (2009) : la résolution de problèmes comme objet d'étude et comme approche pédagogique. La notion de « situation » qu'on rencontre également dans les types de problèmes mathématiques (situation-problème) joue un rôle essentiel dans l'approche par compétences (Jonnaert, 2002).

Les situations-problèmes sont, aujourd'hui, pour la plupart des chercheurs sur ce sujet, à la fois le point de départ des apprentissages et le critère de maîtrise des compétences. Dans une perspective socioconstructiviste, fréquemment associée à l'approche par compétence (approche adoptée par le Pacte pour un Enseignement d'Excellence, notamment dans la nouvelle réforme du tronc commun), il est admis que les connaissances ne peuvent pas être transmises par l'enseignant, mais doivent être construites par l'apprenant à travers les expériences vécues dans son environnement.

Selon Rey et al. (2006), l'enseignement basé sur une approche par compétences pourrait donc nécessiter de partir de situations-problèmes (ou de projets) qui requièrent la mobilisation conjointe de diverses ressources.

2.4 Évolution des problèmes et des stratégies de résolution

Un retour en arrière permet de suivre l'évolution des approches en résolution de problèmes au fil des décennies. Les problèmes ci-dessous ont ainsi été proposés aux enseignants dans différentes périodes :

- De 1900 à 1980 :

Les problèmes présentés ci-dessous sont tirés des ouvrages des Frères des Écoles Chrétiennes (1905) ainsi que des Clercs de Saint-Viateur (1911,1929). Les stratégies de résolution proposées suivent les méthodes en vigueur à l'époque (Dorier et al., 2018) :

Problème 1 : Un libraire achète 8 douzaines de volumes à 9$ la douzaine, on lui donne le 13^{e} en plus. Combien gagnera-t-il s'il revend ces volumes 8 sous l'un ?

Que peut-on anticiper de la réponse ?

Huit douzaines de livres à 9 $ la douzaine reviennent à 72 $. De plus, 104 livres à 8 sous le livre représentent environ 800 sous (soit 100 livres à 8 sous), équivalant à 8 $. Le coût total excède donc leprix de vente, il ne réalisera aucun profit.

Problème 2 : Une femme achète 80 verges de toile pour faire des chemises. Que lui coutera une chemise si elle en fait 2 douzaines à 3 verges la chemise et si ce qui lui reste de toile vaut 2,40$?

Analyse

1) *Prix d'une chemise ?* [Implicite : Le prix d'une chemise n'est pas connu, c'est ce qu'on cherche.]
2) *Prix d'une verge de toile ?* [On a besoin pour cela du prix d'une verge de toile utilisée pour faire cette chemise.]

3) *Nombre de verges de toiles qui reste ?* [Or on a juste le prix de ce qui reste de toile, il faut donc connaitre ce nombre de verges de toile qui restent pour avoir le prix d'une verge de toile.]
4) *Nombre de verge de toile employées pour faire les chemises ?* [Ce nombre de verges restantes dépend du nombre de verges utilisées pour faire les chemises.]

Synthèse [on repart de 4 pour déduire 1]

4) *Nombre de verges de toiles employées pour faire les chemises : 3verges/chemises × 24 chemises (2 douzaines) = 72 verges*
3) *Nombre de verges de toile qui restent : 80 verges – 72 verges = 8 verges.*
2) *Prix d'une verge de toile : 2,40$: 8 = 0,30$*
1) *Prix d'une chemise : 0,30$/verge × 3 verges = 0,90$*

Problème 3 : Que coutera un mélange de thé à 44 sous la livre et de thé à 91 sous les 2 livres si l'onprend 56 livres de chaque espèce ?

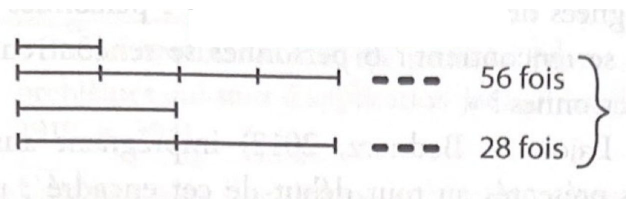


Figure 2 Représentation schématisé du problème. (Mgr Ross, 1919, p.302)

Pour illustrer ce problème, je construis deux lignes :

Première ligne (ligne supérieure) : *représente le prix d'une livre de thé de la première sorte, répétée56 fois pour symboliser les 56 livres achetées de cette première sorte de thé.*

Deuxième ligne (ligne inférieure) : *représente le prix pour 2 livres de thé de la deuxième sorte. Cette ligne est répétée 28 fois puisqu'on achète également 56 livres de cette deuxième sorte.*

En additionnant ces deux longueurs, je parviens à la somme totale du prix payé pour les deux sortes de thé.

Les problèmes proposés aux élèves de l'époque étaient essentiellement liés à des **situations pratiques** et ancrées dans le quotidien des élèves. On observe également la variété des stratégies de résolution développées durant cette période, notamment par **l'anticipation de la nature de la réponse attendue et l'estimation des ordres de grandeur** (Abbé Maurice, 1925-1925, p.121). Cette approche anticipative est encore aujourd'hui l'objet de recherches menées par certains auteurs, qui soulignent son importance pour évaluer la validité des résultats (Saboya, Bednarz & Hitt, 2015 ; Saboya, 2010 ; Coppé, 1993).

Ces stratégies de résolution incluent également l'analyse et la synthèse du problème, aujourd'hui intégrées dans des heuristiques ou stratégies métacognitives (Service de l'Inspection pédagogique de l'enseignement secondaire de la Ville de Bruxelles, 2022). Ces dernières permettent une modélisationplus efficace du problème, augmentant ainsi les chances pour l'élève de trouver une solution correcte.L'illustration des grandeurs et de leurs relations est également une stratégie de résolution essentielle àl'époque. Il ne s'agit pas seulement de rendre le problème compréhensible, mais aussi d'inciter les élèves à raisonner sur les grandeurs elles-mêmes et sur les liens qui les unissent.

- De 1980 à 2000 :

Problème 4 : Dans un enclos il y a des poules et des moutons. Si on compte 26 pattes, combien y a-t-il de poules et de moutons ?

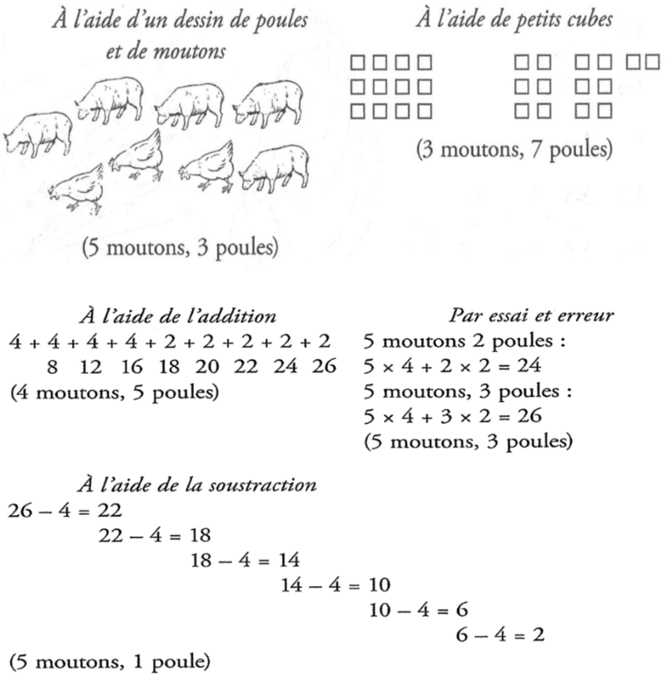


Figure 3 Méthodes utilisées par des élèves de l'époque (Renaud, 1984-85, pp. 53-54).

Pour ce problème, différentes réponses sont considérées correctes.

Les productions d'élèves des années 1980, telles que rapportées par Renaud (1984-1985), sont imprégnés par la diversité des stratégies employées pour résoudre un même problème (problème 1) ainsi que par la variété des représentations utilisées par les élèves pour soutenir ces stratégies (dessins,symboles mathématiques, mots, tableaux, diagrammes, etc.).

L'idée de susciter l'intérêt de l'enfant traverse les époques, bien que la conception du problème mathématique évolue. D'abord, entre 1904 et 1945, les enseignants cherchent à éviter la monotonie etl'ennui. De 1948 à 1959, l'accent est mis sur l'adaptation au niveau de l'enfant, ce qui favorise une variété de contextes pratiques et de formulations qui l'impliquent directement. Enfin, entre 1980 et 2000, une attention particulière est accordée à la dimension **motivationnelle et affective** de l'élève, influençant la diversité des problèmes proposés.

Les élèves tendent souvent à ignorer les connaissances du monde réel lors de la résolution deproblèmes (Baruk, 1985 ; Greer, 1993 ; Verschaffel et al., 2000) . En effet, plusieurs études menées auprès d'élèves du primaire et du début du secondaire (Greer, 1993 ; Palm, 2007 ; Verschaffel, De Corte & Lasure, 1994 ; Verschaffel et al., 2000) ont révélé qu'un grand nombre d'apprenants abordent des problèmes insolubles en manipulant les données numériques de l'énoncé sans percevoir l'absurdité du problème ni de leur réponse.

Ainsi, le fait de se construire une représentation du problème, en intégrant son contexte, est essentiel pour réussir les étapes de résolution suivantes et, finalement, pour résoudre le problème lui-même (Fagnant et al., 2003 ; Reusser, 1990 ; Thevenot et al., 2007 ; Verschaffel et al., 1999).

Houdement (2011, 2014) explore les connaissances nécessaires mais souvent négligées dans les institutions, incluant les contrôles **sémantiques et pragmatiques**, qui consistent à interpréter l'énoncé pour mieux se le représenter, et évaluer la pertinence de la solution en fonction du monde réel. Ces contrôles sont essentiels pour contextualiser et interpréter les résultats numériques. Ce qu'appuient Fagnant et al., 2003 en confirmant que l'absence **d'analyse sémantique** approfondie et la recherche **d'indices sémantiques ou de mots-clés** de surface conduisent à une résolution superficielle, inefficaceface à des problèmes réels. Plusieurs études (Barrouillet & Camos, 2003 ; Coquin-Viennot &Moreau, 2003 ; Fagnant & Demonty, 2004) montrent que les élèves adoptent en moyenne ces stratégies vers huit ans, lorsque commence leur immersion dans les pratiques de classe (Coquin-Viennot, 2001). Des stratégies plus appropriées nécessitent donc une évolution pédagogique.

Aussi, certains auteurs (Muir, Beswick & Williamson, 2008 ; Schoenfeld, 1992) indiquent que les

résolveurs novices (élèves) manquent **d'habiletés métacognitives et de stratégies heuristiques** celles-ci étant définies comme des méthodes de recherche en résolution de problèmes qui, sans garantir une solution, augmentent notablement les chances de réussite en favorisant une approche structurée de la tâche (De Corte & Verschaffel, 2005 ; Verschaffel et al., 2000). Par ailleurs, les chercheurs insistent sur l'importance cruciale de l'heuristique « représenter le problème » pour une résolution efficace (Coquin-Viennot & Moreau, 2003 ; Gamo et al., 2011 ; Kintsch & Greeno, 1985 ; Thevenot et al.,2007 ; Thevenot & Oakhill, 2008).

Les recherches récentes ont suscité un vif intérêt autour des stratégies de résolution de problèmes, notamment la modélisation, en tant qu'outil pédagogique essentiel pour améliorer la compréhension mathématique, que nous développerons dans le point suivant.

2.5 . La modélisation et la résolution de problème :

Comme vu précédemment, la modélisation et la diversité des stratégies de résolutions (dessins,symboles mathématiques, mots, tableaux, diagrammes, etc.) sont pratiquées depuis 1980.Renaud (1984-1985)

Les recherches menées en Communauté flamande de Belgique par l'équipe de Lieven Verschaffel démontrent qu'il est possible de concevoir un enseignement/apprentissage centré sur la résolution de problèmes, envisagée comme un processus complexe de modélisation mathématique (Verschaffel et al., 2000 ; Verschaffel & De Corte, 2005). Les travaux de Demonty et al. (2004), ainsi que ceux de Fagnant et Demonty (2005), corroborent également cette approche. En effet, un processus de modélisation structuré, qui intègre une représentation détaillée de la situation, la modélisation mathématique et l'utilisation d'heuristiques, contribue de manière significative à la réussite desélèves dans la résolution de problèmes mathématiques (Van Nieuwenhoven & Hanin, 2016).

Pólya (1945) est considéré comme le premier à avoir élaboré une démarche heuristique représentant une modélisation mathématique pour la résolution de problèmes, à savoir : **Observer -comprendre - planifier - faire - vérifier.**

Pour résoudre des problèmes, l'élève utilise plusieurs étapes qui composent ce qu'on appelle « processus de modélisation » un processus permettant d'aborder des situations réelles en appliquant des concepts mathématiques (Van Dooren et al., 2010, p. 168). Verschaffel, Greer et De Corte (2000) identifient six phases dans ce cycle de modélisation mathématique, comme illustré dans la figure 4 (Van Dooren et al., 2010).

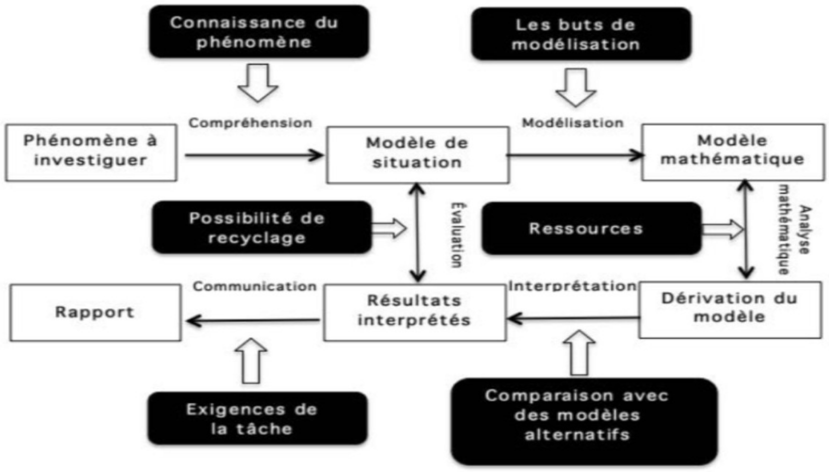


Figure 4 Vision élaborée du processus de modélisation (Verschaffel et al., 2000, cités par De Corte, 2012, p. 8).

Ce cycle comprend six phases :

1. Compréhension du phénomène : L'élève crée une représentation mentale du problème, construisant un modèle de situation qui décrit les éléments et les relations (Van Dooren et al., 2010).
2. Modélisation : Construction ou utilisation d'un modèle mathématique de la situation.
3. Analyse mathématique : Exécution d'opérations mathématiques pour obtenir des résultats.
4. Interprétation : Interprétation des résultats pour arriver à une solution convenant à la situation réelle.
5. Évaluation : Vérification de l'adéquation du résultat mathématique avec le modèle de situation initial ; « la solution obtenue a-t-elle du sens ? » est à se poser (Fagnant, à paraitre, p. 2). Le processus est circulaire et permet des retours en arrière si la solution obtenue ne fait pas sens (Verschaffel et De Corte, 2008).
6. Communication du résultat : Présentation et explication de la solution obtenue.

La phase de compréhension est cruciale car elle aboutit à la création du modèle de situation (Van Dooren et al., 2010). Les élèves doivent mobiliser leurs connaissances du monde réel pour comprendre au mieux la situation présentée. Un souci constant de coller à la réalité est nécessaire pour éviter une démarche superficielle (Van Dooren et al., 2010).

Les différentes recherches mettent en avant l'importance de la métacognition, qui désigne la capacité de réflexion sur nos propres processus de pensée. Il s'agit de la conscience de ce que l'on sait (ou ne sait pas), de la capacité à planifier, à surveiller et à ajuster les stratégies d'apprentissage, ainsi qu'à évaluer leur efficacité. La métacognition permet ainsi aux apprenants de mieux comprendre comment ils apprennent, de résoudre des problèmes de manière plus efficace et de devenir autonomes dans leur apprentissage. Le pionnier de la métacognition est généralement considéré comme John H. Flavell, un psychologue américain. Dans les années 1970, il a introduit le terme « métacognition » pour désigner la capacité à réfléchir sur ses propres processus cognitifs, c'est-à-dire à penser à sa façon de penser (Moritz & Lysaker, 2018).

L'importance de modélisation mathématique et l'attitude de l'élève face à la résolution de problèmes mathématiques sont aussi mises en exergue. J'aborderai par la suite la méthode de Singapour qui inclut également dans son processus ces différentes approches.

3. La Méthode de Singapour : origines et fondements

3.1 Genèse :

Singapour, anciennement sous domination britannique, a proclamé son indépendance en 1965. Malgré un manque de ressources naturelles et des défis socio-économiques considérables, cette cité-État a évolué pour devenir l'un des pays les plus avancés en matière d'économie, d'éducation, de santé, de sécurité et d'urbanisme. Dès les années 1980, le gouvernement Singapourien a placé l'éducation au centre de ses priorités, après avoir constaté les faibles résultats des élèves en mathématiques et sciences dans les évaluations internationales. Pour remédier à cette situation, une équipe d'experts a été mobilisée pour sélectionner les méthodes pédagogiques les plus efficaces, qui ont ensuite été intégrées dans les écoles, ajustées et perfectionnées. Cette méthode, parfois qualifiée de « quasi-parfaite », arapidement démontré son efficacité : Singapour, qui était en bas des classements internationaux au début des années 1990, figure désormais régulièrement en tête du TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) depuis 1995 et du PISA (Programme for International Student Assessment) depuis 2008. Face à ce succès, de nombreux pays ont manifesté un grand intérêt pour cette « méthode Singapourienne» renommée. (Rix, 2019)

La méthode de Singapour, étroitement associée au programme, a été développée à l'origine pourl'enseignement des mathématiques au niveau primaire. Elle s'étend aujourd'hui aux études secondaires tout en conservant le même objectif : donner un sens aux mathématiques et appliquer cette idée de manière concrète à travers la résolution de problèmes.

Ce qui contribue fortement à la réussite de cette méthode, est la formation initiale des enseignants (figure 5) qui se distingue particulièrement par son orientation vers la réflexion et la pratique fondée sur l'expérience. Elle encourage chaque enseignant à réfléchir en amont à ses actions en classe et à la manière de les exécuter. Après chaque leçon, l'enseignant doit évaluer le déroulement de la séance en analysant les questions posées par les élèves, en identifiant un éventuel manque d'intérêt et en examinant l'efficacité de la séquence pédagogique. Il s'agit également de peser les avantages et les inconvénients de différentes méthodes d'enseignement pour une matière donnée, et de confronter ces réflexions aux principes pédagogiques établis ou aux expériences de ses pairs. Cette approche, fondamentalement dynamique, prend en compte divers facteurs comme le profil des élèves, les programmes en vigueur et les outils technologiques disponibles, permettant ainsi à l'enseignant de choisir et d'adapter la stratégie pédagogiquequi lui semble la plus pertinente.

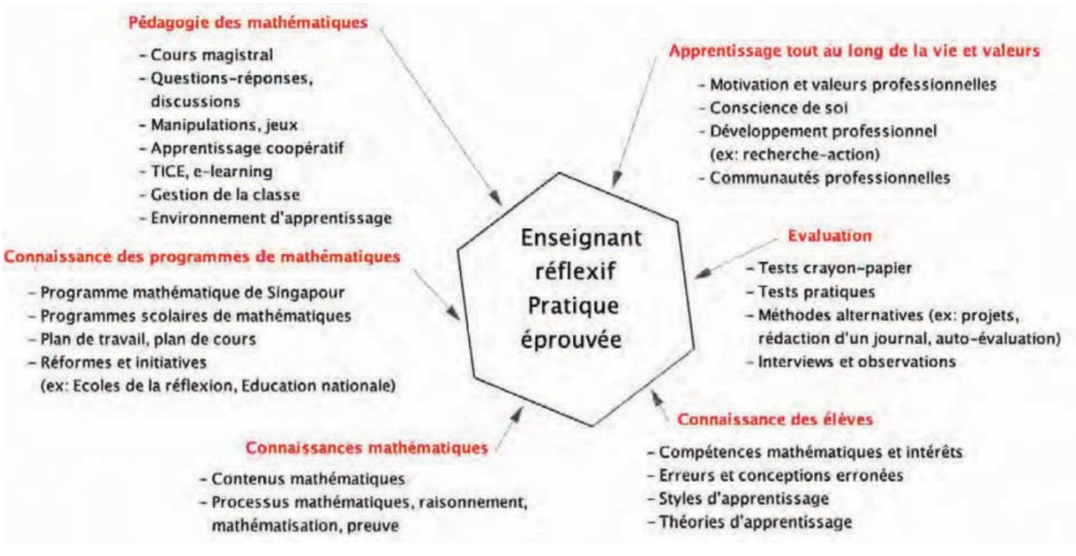


Figure 5 Dispositif de la formation initiale de l'enseignant (Lee et al., 2017, p. 13)

3.2 Fondements de la méthode

3.2.1 Approche centrée sur la résolution de problèmes : le modèle pentagonal

La méthode de Singapour s'appuie sur des recherches existantes en pédagogie des mathématiques, des théories d'apprentissage et la psychologie de l'enfant, sans pour autant introduire de concepts entièrement nouveaux. Le groupe de recherche qui l'a développée a intégré les travaux d'experts tout en adoptant une approche centrée sur l'élève, se demandant : Qu'est-ce qui rend les mathématiques intéressantes pour les élèves ? Quelles stratégies favorisent leur réussite ? Quels obstacles rencontrent-ils, et comment peuvent-ils être surmontés pour que l'apprentissage soit à la fois transférable et durable ?

L'un des principes fondamentaux de cette méthode est d'enseigner non seulement le "comment" mais surtout le "pourquoi". La méthode met l'accent sur une compréhension approfondie des concepts mathématiques, au-delà d'une simple transmission mécanique, et cherche à développer chez les élèves des compétences de réflexion. Le programme est donc conçu pour intégrer naturellement la résolution de problèmes, afin que les élèves apprennent à appliquer les mathématiques de manière significative.

Les objectifs de l'éducation mathématique à Singapour dépassent la simple réussite aux examens. Ceux-ci visent à **engager** activement les enfants dans l'apprentissage des mathématiques, notamment pour répondre aux besoins d'une société technologique en constante évolution. À Singapour, l'enseignement des mathématiques encourage les élèves à acquérir des connaissances à relier les concepts mathématiques entre eux et avec d'autres disciplines, à adopter une attitude positive envers les mathématiques, à utiliser divers outils, y compris les technologies, de manière efficace et développer des compétences pratiques, nécessaires pour la vie quotidienne et l'apprentissage continu. Le programme met au centre le **raisonnement et la résolution de problèmes** (figure 6), encourage également la créativité, la logique, la communication en langage mathématique,et l'apprentissage en autonomie ou en groupe.

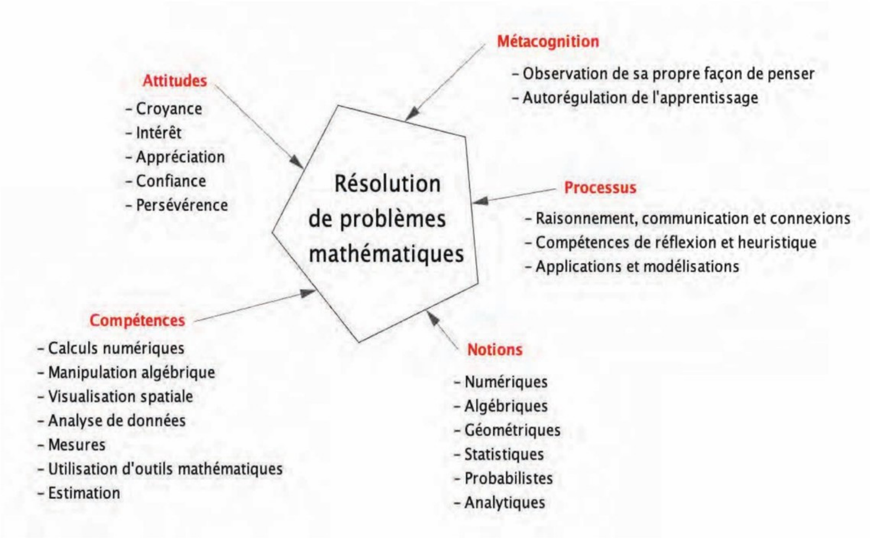


Figure 6 Cadre pentagonal du programme de mathématiques (Lee et al., 2017, p. 30)

3.2.2 <u>Les notions</u>

Le programme recommande que l'enseignement des notions mathématiques, telles que les concepts numériques, géométriques, algébriques, et statistiques, serve à renforcer la compréhension du raisonnement mathématique sous-jacent. En maîtrisant ces notions, les élèves pourront mieux percevoir les liens entre les idées mathématiques et leurs applications dans divers contextes, ce qui renforcera leur confiance et leur appréciation de la beauté des mathématiques. Placer la compréhension des concepts au cœur de l'apprentissage est crucial, car, comme le soulignent Madsen, Smith, et Lanier (1995), une bonne maîtrise en mathématiques repose sur la compréhension des notions. Il est donc conseillé aux enseignants de proposer une variété d'expériences d'apprentissage pour aider les élèves à acquérir une compréhension solide de ces concepts.

3.2.3 <u>Processus</u>

3.2.3.1 Raisonnement mathématique, communication et établissement de liens

L'enseignement des mathématiques doit inclure non seulement les connaissances de contenu, mais également le développement du raisonnement mathématique, de la communication et des liens entre les concepts. Appliquer le raisonnement pour analyser des situations et en tirer des conclusions est crucial pour l'apprentissage. Les élèves doivent avoir l'opportunité de communiquer leurs idées de manière logique et cohérente, que ce soit avec leurs camarades, leurs enseignants, ou au sein d'évaluations. Cela leur permet de justifier leurs solutions et d'améliorer leur compréhension des relations entre les concepts mathématiques (Lee et al., 2017).

L'enseignant joue un rôle clé en favorisant diverses formes de communication en classe, y compris des échanges entre élèves et des écrits individuels, qui révèlent à la fois les connaissances des élèves et leur attitude envers les mathématiques. Le processus d'apprentissage devient significatif lorsque les élèves peuvent appliquer leur raisonnement mathématique dans des **contextes variés** (Lee et al., 2017).

Dans l'enseignement explicite, on parle d'une étape essentielle appelée « objectivation », qui consiste à encourager les élèves à identifier et organiser les éléments clés de leurs apprentissages, par exemple, à travers des tableaux ou des schémas. Cette prise de conscience aide les élèves à réaliser ce qu'ils ont appris et renforce leur désir d'approfondir leurs connaissances (Gauthier et al., 2023).

3.2.3.2 Compétences de réflexion et heuristique

Pour résoudre des problèmes, il est nécessaire de mobiliser à la fois des compétences de réflexion et des stratégies heuristiques. Parmi les compétences de réflexion appropriées pour l'enseignement primaire, on retrouve la classification, la comparaison, l'identification de régularités et de relations, ainsi que la visualisation spatiale. L'heuristique, quant à elle, est liée à la manière dont ces compétences sont appliquées et peut être classée en quatre catégories principales, comme le présente la figure 7. Ces compétences et stratégies jouent un rôle essentiel dans le développement de la capacité des élèves à aborder et à résoudre des problèmes mathématiques de manière efficace (Pen Yee, Nghan Hoe, 2016).

Catégories	Exemples d'heuristiques
Faire une représentation	Réaliser un dessin ou une liste, ou chercher une régularité
Proposer une estimation calculée	Faire une estimation et vérifier, faire une supposition
Évaluer le processus	Représenter le problème, travailler en sens inverse, identifier l'effet avant/après
Changer le problème	Simplifier le problème, reformuler le problème, résoudre une partie du problème

Figure 7 Catégorisation de quelques heuristiques (Neagoy, 2024)

3.2.4 Attitudes

Selon la théorie du psychologue Albert Bandura, la motivation est fortement influencée par le sentiment d'efficacité personnelle (SEP), également appelé auto-efficacité perçue (1977, 1997, 2003). Cette idée est détaillée par Alain Lieury et Fabien Fenouillet dans leur ouvrage *Motivation et réussite scolaire (2013).*

Les élèves se consacrent rarement à une activité s'ils estiment ne pas être en mesure de l'effectuer (autrement dit leur SEP est très bas). De la même manière, les élèves ont généralement tendance à montrer une certaine forme de désintérêt pour les tâches dans lesquelles ils se sentent peu efficaces (Bandura, 1997).

En effet, les élèves qui ont confiance en leurs connaissances sont plus enclins à persévérer lorsqu'ils rencontrent des obstacles dans le processus de résolution d'un problème.

3.2.5 La métacognition

La métacognition (abordée au point 2.5), qui fait référence à la conscience que les élèves ont de leur propre processus de réflexion, joue un rôle clé. Les enfants font preuve de métacognition lorsqu'ils comprennent pourquoi ils choisissent une stratégie particulière pour résoudre un problème etreconnaissent l'inefficacité de certaines méthodes (Neagoy, 2024).

Les recherches indiquent que les élèves peuvent rapidement adopter une vision limitée des mathématiques, surtout si leur expérience se limite à des exercices répétitifs. Une telle approche peut engendrer des croyances négatives, les amenant à penser que les mathématiques se résumentà des tâches mécaniques. En revanche, lorsqu'ils participent à des activités variées qui les poussent à réfléchir sur les outils à utiliser pour résoudre des problèmes, ils commencent à percevoir les mathématiques comme une discipline dynamique. Cela les aide à se voir comme desrésolveurs de problèmes et à prendre conscience de leurs propres capacités.

Pour favoriser cette attitude positive, le programme singapourien recommande d'offrir aux enfants des expériences qui leur permettent de comprendre quand et comment utiliser des compétences de réflexion et des stratégies heuristiques pour la résolution de problèmes.

3.3 Caractéristiques

3.3.1 Un programme à approche spiralaire :

Le programme de mathématiques de Singapour adopte une structure spiralaire, inspirée des travaux de Bruner 1960. Dans cette approche, les notions mathématiques sont d'abord introduites sous une forme simple, puis revisitées et approfondies au fil du temps, en introduisant progressivement de nouveaux concepts en lien avec les précédents. Par exemple, le concept de fraction est abordé en deuxième année primaire sous forme de parts égales d'un tout, puis enrichi en troisième année avec la notion de fractions équivalentes, permettant de consolider et approfondir le concept initial.

Ce principe de progression spiralaire est associé à un modèle pédagogique inspiré de Ashlock et al.,1983, basé sur trois compétences essentielles (Comprendre, Consolider et Transférer) entourant une compétence centrale (Évaluer). Cette approche rappelle directement les nouveaux programmes belges, qui utilisent des unités d'acquis d'apprentissage (UAA) avec des compétences similaires : Connaître, Appliquer et Transférer. Ces programmes partagent également une logique d'acquisition progressive et spiralaire des compétences.

3.3.2 Une approche pédagogique en trois étapes : *Concret-imagé-abstrait*

L'enseignement à Singapour encourage les enseignants à adopter une grande diversité d'approches méthodologiques (cours magistral, travail en groupe, autonomie…) en suivant une progression en trois étapes : le concret, l'imagé et l'abstrait. Dans cette démarche, les activités concrètes, telles que l'observation, la manipulation d'objets et l'expérimentation, conduisent d'abord à une représentation analogique (par des dessins, images ou schémas), puis à une représentation symbolique abstraite (nombres, concepts).

Conformément à la structure spiralaire, certaines notions sont introduites dès le plus jeune âge. Par exemple, les quatre opérations de base (addition, soustraction, multiplication et division) sont abordées dès la première année primaire sous forme d'expériences variées mobilisant différentes intelligences. Ainsi, la notion de nombres naturels peut être introduite en manipulant des réglettes Cuisenaire, à travers des jeux comme la marelle ou des comptines, puis renforcée au moyen d'images d'objets dans une phase suivante.

3.3.3 la formation des enseignants :

En plus de ses méthodes d'apprentissage et de son programme, la méthode Singapour accorde une importance particulière à un aspect essentiel : la formation des enseignantsque nous avons développée précédemment.

4. La Méthode Singapour et la différenciation pédagogique

Le décret D. 01-09-2019 relatif à un encadrement différencié au sein des établissement de la communauté française belge, vise à favoriser la détection rapide des difficultés scolaires, l'organisation de la remédiation immédiate et la mise en œuvre de pédagogies différenciées.

Le programme d’enseignement à Singapour est structuré pour couvrir divers domaines d’apprentissage selon les niveaux d’études. L’enseignement primaire est organisé en deux paliers distincts : un programme commun qui couvre les quatre premières années, suivi d’un programme différencié pour les deux dernières années. Cette différenciation permet d’adapter le contenu aux besoins individuels des élèves, en offrant des parcours personnalisés, notamment pour ceux nécessitant un soutien supplémentaire. (CPDD, 2006).

Selon Legendre (2005, p.417), la pédagogie différenciée constitue un principe, mais aussi une pratique, qui vise à adapter les planifications et les interventions pédagogiques aux diverses caractéristiques des élèves, et ce, afin de favoriser leur réussite dans les apprentissages.

Différenciation : Effectuer une division Euclidienne

Exercice 3 : Trouve le quotient et le reste de ces divisions.

a) 693 divisé par 3. **b)** 805 divise par 4. **c)** 921 divise par 9.

Soutien : Proposer aux élèves qui ne maîtrisent pas les tables de multiplication de les consulter. Revenez avec eux sur les exemples du « j’observe », en réexpliquant bien chaque étape. Expliquez à nouveau la recherche du nombre de chiffres du quotient. Reprenez les verbalisations telles que : « En 18 combien de fois 3 ? 6 fois » ou « 18 partagé en 3 donne 6 », qui sont des formulations équivalentes.

Approfondissement : Proposer aux élèves avancés de contrôler les résultats de l’exercice 3 en effectuant une multiplication suivie d’une addition. Ex : pour le b) 201 x 4 = 804 ; 804 + 1 = 805. En binômes, s’il reste du temps, demandez-leur de se poser mutuellement des calculs analogues, puis de les corriger. Arbitrez les différends.

Extrait du guide pédagogique (méthode de Singapour, guide pédagogique, 2018, p. 55) : Multiplier et diviser.

Différenciation et jeu :

Le jeu reste un élément essentiel à la méthode de Singapour, et représente un point fort dans la différentiation (Neagoy, 2024). En 1938, l’historien néerlandais Johan Huizinga introduisait le concept d'**Homo Ludens** (Neagoy, 2024), définissant le jeu comme un élément central de la culture. Francis Su a également souligné que « les mathématiques font de l'esprit leur terrain de jeu » (Neagoy, 2024 p. 109). On trouve un écho à cette vision en didactique des mathématiques, où le jeu occupe également une place importante ; comme le nom de ce domaine l'indique d'ailleurs. Platon observait déjà que « la science forcée ne reste pas dans l'âme... N'instruis donc pas les enfants dans les sciences par la contrainte, mais dans le jeu » (Neagoy, 2024, p.109). À travers les siècles, des chercheurs comme Maria Montessori ont contribué à légitimer l'idée que le jeu peut instruire et éduquer. Dans la méthode de Singapour, le jeu, y compris via les TIC, est largement exploité, notamment dans la phase « concrète » de sa démarche progressive. Cette approche ludique enrichit les apprentissages en donnant du sens aux concepts mathématiques et en ayant des répercussions positives sur les domaines cognitif et métacognitif, tels que l'amélioration de la motricité, de la mémorisation, du raisonnement, de la créativité, de l'attention et de la motivation. Elle stimule également l'intérêt des élèves, les encourage à observer les stratégies utilisées, et les aide à mieux gérer leurs émotions et comportements (Neagoy, 2024).

Exemple de jeu : **Jeux de symétrie en classe** (avec les erreurs possibles) (Figure 8).

Les jeux de symétrie permettent aux élèves de développer leur créativité tout en consolidant leurs connaissances sur la symétrie et leurs compétences langagières. Ils peuvent soit créer seuls des formes symétriques sur un géoplan pour se détendre, soit jouer en binôme, assis côte à côte avec une cloison entre eux.

Chaque élève, à tour de rôle, dessine une moitié ou un quart de figure (selon un ou deux axes de symétrie) à l'aide de feutres puis décrit oralement à son partenaire comment compléter la figure. Si les instructions sont précises, le résultat est symétrique. Enfin, les créations sont tracées, coloriées et exposées en classe.

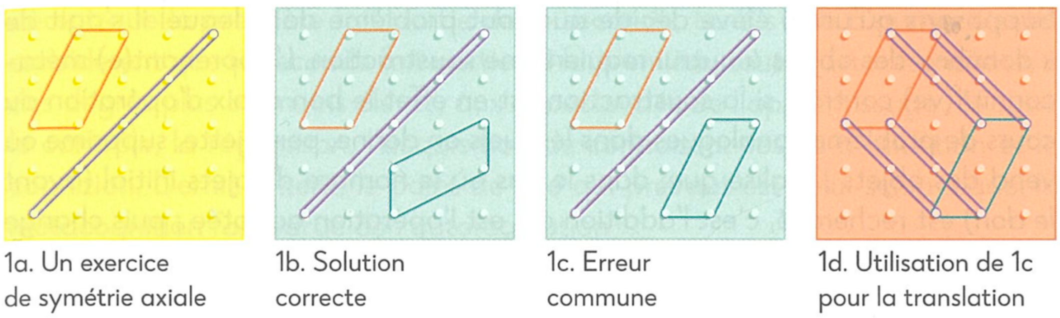


Figure 8 Exemple d'essais de symétrie axiale utilisé pour enseigner la translation (Neagoy, 2024).

5. La Méthode de Singapour appliquée à la résolution de problèmesmathématiques

« L'aptitude à résoudre des problèmes est au cœur des mathématiques ». (Cockcroft Report,1982)

A Singapour, de nombreux enseignants distinguent les véritables tâches de résolution de problèmes des exercices routiniers. Les problèmes routiniers reposent principalement sur la mémorisation et l'entraînement, se limitant à des niveaux de difficulté modérés et à des méthodes simples. En revanche, les véritables tâches de résolution de problèmes sollicitent des processus cognitifs plus avancés, tels que :

- Une réflexion complexe, non basée sur des algorithmes ;
- L'analyse des contraintes de la tâche et l'utilisation de stratégies heuristiques ;
- L'exploration de concepts, de processus et de relations mathématiques ;
- La conscience de la situation problématique et le désir d'élaborer une solution.

Cette dernière dimension marque le point où l'on considère véritablement une tâche comme un problème à résoudre : elle suppose une prise de conscience de la complexité de la situation et une volonté déterminée de trouver une solution à travers différentes stratégies.

La méthode de Singapour insiste sur l'importance de bien comprendre le problème avant d'essayer de le résoudre, en s'appuyant sur une modélisation du processus de résolution avec des heuristiques permettant de rendre le problème clair, plus simple et d'approcher d'une solution correcte. (Neagoy, 2024)

Dans les points suivants, j'aborderai les constituants de ce processus de résolution.

5.1 Heuristiques et stratégies de résolution de problème

Les heuristiques de résolution de problèmes tirées de la méthode de Singapour se concentrent sur un processus structuré et méthodique pour résoudre des problèmes mathématiques en quatre étapes principales, inspirées des stratégies de résolution de problèmes de Polya (1971), Ces étapes visent à guiderla personne dans l'exploration et la résolution de problèmes de manière logique et systématique :

Observer

- Comprendre le problème en profondeur.
- Identifier ce que le problème demande de résoudre.
- Réfléchir à une reformulation du problème pour le rendre plus clair.

Planifier

- Rassembler les informations connues.
- Déterminer les actions nécessaires pour parvenir à une solution.
- Identifier les informations complémentaires nécessaires et explorer les questions cachées.
- Évaluer quelles stratégies de résolution peuvent être appliquées efficacement.

Faire

- Exécuter le plan conçu.
- Utiliser les compétences, connaissances et stratégies pertinentes pour avancer vers la solution.

Vérifier

- Comparer la solution obtenue avec la question initiale pour vérifier sa cohérence.
- Réévaluer le plan au besoin pour s'assurer que toutes les conditions du problème sont bien respectées.

Cette approche structurée permet de simplifier et de décomposer les problèmes en étapes réalisables, aidant ainsi à une résolution plus efficace et moins décourageante.

Le processus de Polya choisi pour sa simplicité et son efficacité, est conjugué a des stratégies de modélisation spécifiques ainsi qu'à une démarche pédagogique spécifique à la résolution de problèmes.

5.2 La stratégie de modélisation :

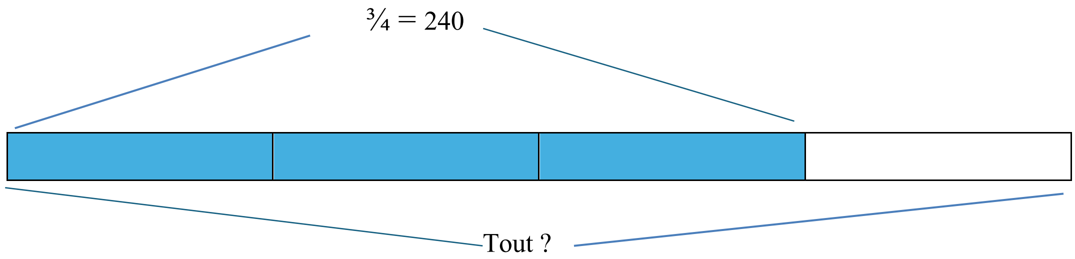
Parmi les diverses stratégies de résolution combinées au processus de Polya et utilisées dans la méthode de Singapour : la « modélisation » qui occupe une place centrale. Cette méthode consiste à représenter visuellement un problème mathématique, renforçant les notions mathématiques tels que les fractions, les nombres entiers et les pourcentages (Kho, 1987). Ilest important de souligner que la démarche d'enseigner des concepts mathématiques et la démarche de résolution de problèmes s'inspirent eux deux du processus « **concret** » **-** « **imagé** » **-** « **abstrait** ».

Un problème impliquant des parts ou des portions peut être représenté par des blocs ou des diagrammes pour aider les élèves à visualiser la situation. Par exemple, pour résoudre une question sur le partage d'un ensemble d'objets, les élèves dessinent des blocs proportionnels aux quantités données. Cela leur permet de comprendre plus facilement les relations entre les différentes parties avant de passer à une résolution abstraite avec des chiffres et des équations.

5.2.1 <u>modèle partie-tout :</u>

Dans le modèle partie-tout, une relation quantitative existe entre les quantités : un « tout » et ses « parties ». Cela correspond aux problèmes de combinaison, qui sont statiques, car il n'y a pas de transformation des quantités, contrairement aux problèmes de changement (Riley et al., 1984). Ce modèle permet de représenter des parties intégrant un tout. L'élève, disposant de deux des trois données (le tout ou les parties), peut ainsi déterminer la valeur manquante par addition ou soustraction (Pen Yee & Nghan Hoe, 2016). Par exemple, un rectangle figure le tout et est divisé pour représenter chaque partie, aidant les élèves à visualiser les relations entre les parties et le tout (Kaur, 2019).

Exemple : *les ¾ d'une collection de timbres comptent 240 timbres. Combien la collection compte-t-elle de timbres en tout ?* (Nghan Hoe, Pen Yee, 2016)



¾ de la collection = 240 timbres

¼ ➔ 240 : 3 = 80 timbres

4/4 ➔ 80 × 4 = 320 timbres.

La collection compte 320 timbres en tout.

5.2.2 <u>Modèle de comparaison :</u>

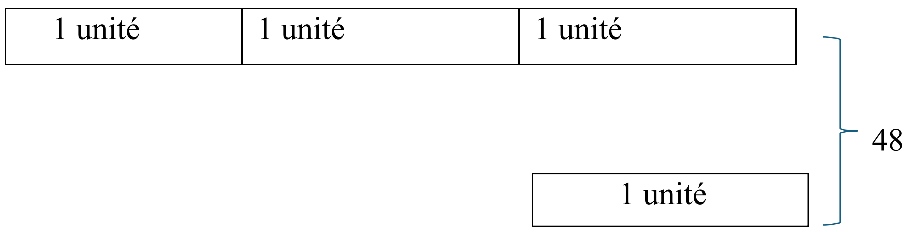
Ce deuxième modèle est utilisé pour comparer deux quantités ou plus, la relation entre les quantités étant mise en évidence (Pen Yee & Nghan Hoe, 2016). Le modèle de comparaison correspond au type de problème de Riley et al. (1984) portant le même nom : les problèmes dits de comparaison. Au sein de ces problèmes, une relation de comparaison entre plusieurs collections est observable. Ces problèmes sont statiques comme ceux de comparaison. Pour la modélisation, on regarde de combien une quantité est plus grande (ou plus petite) qu'une autre.

La différence entre les quantités est indiquée par la différence de longueur des rectangles, comme le montre l'exemple ci-dessous (Ng & Lee, 2009). La modélisation permet aux élèves d'inhiber une stratégie inefficace qui consisterait à utiliser l'addition sur simple base des mots « plus que » dans l'énoncé du problème (Kaur, 2019).

> **Exemple :** *Mélanie a vendu trois fois plus d'ordinateurs que Joseph. Ensemble ils ont vendu 48 ordinateurs. Combien d'ordinateurs Joseph a-t-il vendus ?*

Mélanie :

Joseph :



4 unités → 48
1 unité → 48 : 4 = 12
Joseph a vendu 12 ordinateurs.

D'autres modèles de modélisation sont pratiqués tels que dessiner un schéma ou une image, dresser une liste systématique, travailler en sens inverse, ... que nous n'aborderons pas dans ce travail.

5.3 Limites de la méthode

Malgré les effets de l'utilisation de la méthode de Singapour susmentionnée, ses limites sont les suivantes :

Milieu socioéconomique : Du fait que cette technique permet la prise en compte du milieu socioéconomique dans l'enseignement des mathématiques, son adaptation est plus fastidieuse. Ce n'est précisément pas facile de transférer dans des systèmes éducatifs étrangers où les programmes et les exigences scolaires pourles élèves diffèrent des programmes et des exigences scolaires de Singapour. Cela étant, ce n'est pas impossible vu que cette approche révèle beaucoup de similarités avec le Pacte pour un enseignement d'excellence et les missions régies par le décret de l'enseignement **en Belgique francophone**.

Exigences de formation des enseignants : Singapour est connu pour sa méthode en raison des fortes exigences de formation des enseignants. Sans la formation requise, il est difficile de la « copier » avec succès. Les enseignants doivent connaître les techniques utilisées et être en mesure de les adapter à leurs classes.

Moins de place pour la créativité : étant donné que la méthode insiste sur des stratégies et des méthodes spécifiques, elle peut parfois freiner la créativité et l'étendue de l'exploration des solutions non conventionnelles. Par exemple, les élèves pourraient être moins incités à réfléchir aux solutions de rechange ou à explorer d'autres voies mathématiques.

5.4 Conclusion

En revisitant l'histoire des pratiques en résolution de problèmes mathématiques, il m'est apparu essentiel de replacer la méthode de Singapour dans une perspective plus large. En effet, cette méthode ne se limite pas à une série de techniques pédagogiques, mais est une philosophie globale qui concerne tous les acteurs impliqués dans l'enseignement des mathématiques. En particulier, elle met en avant le rôle central des enseignants, qui doivent être non seulement bien formés, mais aussi être motivés par une réflexion constante sur leurs pratiques, et ce, pour accompagner efficacement les élèves.

Je constate d'après cette étude, que la méthode de Singapour n'a pas révolutionné l'enseignement de la résolution de problèmes mathématiques en inventant de nouvelles théories. Plutôt, elle s'appuie sur des approches existantes, telles que **la modélisation** (par des schémas, des barres, des diagrammes...) présente depuis des siècles, sur la mise en place **d'heuristiques** explicites permettant de structurer le processus de résolution de problèmes incitant les élèves de choisir des stratégies adaptées pour résoudre des problèmes. Également, **la métacognition** qui pousse l'élève à réfléchir sur ses propres démarches, à vérifier ses solutions et à justifier ses choix consolidant ainsi ses apprentissage, mais la méthode de Singapour s'en distingue par sa capacité à rassembler les pratiques les plus efficaces issues de différentes recherches et expériences internationales (Maria Montessori, entre autres) (Rix, 2019), et se distingue surtout par sa démarche progressive et structurée où les notions sont enseignées par étapes, en passant de la manipulation concrète à l'abstraction **« concret-imagé-abstrait ».**

En analysant également les similitudes avec le référentiel du tronc commun de la Fédération

Wallonie-Bruxelles, je constate que certaines évolutions s'inscrivent dans cet esprit. La mise en avant de la résolution de problèmes, l'importance de la manipulation concrète, la valorisation de la métacognition, l'utilisation de l'approche spiralaire et l'attention portée à la différenciation sont autant d'éléments qui rapprochent cette vision des mathématiques de celle promue par la méthode de Singapour. Ces convergences me semblent traduire un objectif commun : améliorer la qualité de l'enseignement tout en favorisant un apprentissage actif, réfléchi et durable.

Dans la partie suivante, j'aurais l'occasion de mettre en pratique un dispositif expérimental avec une modélisation du processus de résolution de problèmes tiré de la méthode de Singapour (**Comprendre-planifier-faire et vérifier)** et citée dans notre partie théorique, afin de pouvoir répondre à ma question de recherche : « La méthode de Singapour favorise-t-elle une amélioration significative dans la résolution de problèmes mathématiques en première année secondaire ? »

Partie Pratique :

En tant qu'enseignante, et en collaboration avec une collègue exerçant dans un autre établissement que le mien, nous avons eu l'opportunité de mettre en pratique la méthode de Singapour pour enseigner des concepts mathématiques et aborder la résolution de problèmes. Reconnue pour son approche progressive et structurée, cette méthode nous a permis d'explorer son potentiel pédagogique dans divers contextes scolaires.

Elle constitue ainsi une base intéressante pour alimenter de futures réflexions et recherches approfondies sur son adoption ou son adaptation éventuelle au sein des écoles francophones. Bien que la méthode de Singapour connaisse un succès croissant sur la scène internationale, avec un nombre toujours plus important de manuels scolaires adoptant cette approche, la faiblesse des études scientifiques publiées et la nature modérée des preuves empiriques attestant de son efficacité soulignent la nécessité de poursuivre les recherches en la matière.

L'objectif de mon étude pratique est d'élaborer une première analyse exploratoire sur l'utilisation de la méthode de Singapour dans un contexte francophone spécifique : celui de la Fédération Wallonie-Bruxelles. Je vise à évaluer, à petite échelle, son intégration dans cet environnement éducatif et à examiner comment cette méthode peut tenir compte des particularités pédagogiques et culturelles locales.

Ma recherche a été conduite dans deux établissements scolaires de la région de Bruxelles, qui présentent des caractéristiques distinctes. Le premier est une école officielle relevant du réseau Wallonie-Bruxelles Enseignement, avec un indice socio-économique très faible[1]. Cet établissement propose plusieurs filières d'enseignement, de l'enseignement général, au technique et au professionnel. Les élèves du premier degré y suivent quatre heures hebdomadaires de cours de mathématiques. Dans ce cadre, nous avons travaillé avec des classes de première secondaire, composées principalement d'élèves issus des anciens DASPA (Dispositif d'Accueil et de Scolarisation des élèves Primo-Arrivants et Assimilés).

Le second établissement est une école proposant uniquement un enseignement général. Bien que située aussi à Bruxelles, elle présente un indice socio-économique différent, et offre ainsi

[1] Cet indice varie entre 1 et 20 et prend en compte cinq facteurs : le revenu par habitant, le niveau de diplôme des parents, le taux de chômage, les activités professionnelles et le confort des logements (ministère de la Communauté française, 2009).

un cadre contrasté pour l'observation et la mise en œuvre de la méthode de Singapour.

Cette diversité contextuelle m'a permise de comparer l'efficacité et l'adaptabilité de la méthode dans des environnements scolaires variés, tout en tenant compte des spécificités de chaque public. Les données recueillies au cours de ces séances enrichissent la réflexion pratique de ce travail de fin d'études, en mettant en lumière à la fois les apports et les défis liés à l'utilisation de cette méthode dans l'enseignement des mathématiques.

Par ailleurs, ces observations visent à répondre à la question centrale de cette recherche : « La méthode de Singapour favorise-t-elle une amélioration significative dans la résolution de problèmes mathématiques en première année secondaire ? ».

6. Méthodologie

Dans cette section, je détaillerai les éléments essentiels de la méthodologie employée dans le cadre de cette recherche. Plus précisément, elle présente les caractéristiques de l'échantillon, la description du dispositif expérimental mis en place et les outils utilisés pour la collecte des données. Ces éléments visent à assurer une compréhension claire et précise des conditions dans lesquelles l'étude a été menée, tout en garantissant la fiabilité et la validité des données recueillies.

L'analyse repose premièrement sur les résultats obtenus à partir des prétests et posttests sous forme de problèmes administrés aux élèves avant et après les séances d'apprentissage consacrées au processus de résolution de problèmes. Afin d'évaluer les effets de notre dispositif lié au développement d'un processus de résolution de problèmes et d'habiletés métacognitives chez les élèves, une analyse statistique rigoureuse a été réalisée. Plus précisément, des analyses de variance (ANOVA) à deux facteurs ont été utilisées pour examiner les données recueillies.

Les deux facteurs pris en compte étaient :

Le facteur « temps » : comprenant deux niveaux correspondant aux moments de mesure, prétest et post-test. Cela permet d'évaluer l'évolution des performances des élèves au fil du temps.

Le facteur « condition » : comprenant deux groupes – le groupe expérimental ayant bénéficié du dispositif spécifique et le groupe contrôle qui a suivi un enseignement classique. Cette approche statistique a permis d'évaluer si le dispositif expérimental avait un effet significatif sur les performances des élèves, tout en tenant compte des variations entre les groupes. Les résultats obtenus permettent de mieux comprendre l'impact du dispositif sur le développement des compétences métacognitives et des stratégies de résolution de problèmes.

Cette même variance (ANOVA) m' a servi pour établir un graphique d'évolution de l'heuristique « représentation du problème » dans les deux groupes en question.

Et deuxièmement, l'analyse repose sur un questionnaire qui m'a permis de mesurer la persévérance au travers de 8 items (annexe 1) inspirés de l'échelle de persévérance de l'« Attitude Toward Mathematics Survey (ATM) » (Hanin & Van Nieuwenhoven, 2016), il s'agit de l'un des rares outils disponibles offrant une évaluation spécifique de la persévérance distincte de l'engagement comportemental (Fredricks & McColskey, 2012). Ce choix permet une analyse précise de la capacité des participants à maintenir leurs efforts face aux défis rencontrés, indépendamment de ce qui est observable en classe. Les élèves ont été invités à évaluer la fréquence de leurs comportements à l'aide d'une échelle de *Likert* à 4 points, allant de **1** « Jamais » à **4** « Presque toujours », sur les 8 items tels que « Quand j'ai de la difficulté à comprendre un problème en math, je le réexamine jusqu'à ce que je le comprenne. », « Même si j'ai difficile avec le problème, je continue à essayer de trouver la réponse. »,...

Enfin, la dernière partie de ce travail sera dédiée à l'interprétation des résultats, à la formulation des conclusions et à la discussion des implications du dispositif pour la recherche éducative.

6.1 Les compétences mobilisées

L'utilisation d'heuristiques pour la résolution de problèmes dans le cadre de ce travail mobilise de nombreuses compétences, disciplinaires liées aux mathématiques mais aussi transversales liées au français (Annexe 2). En effet, l'enseignement de la résolution de problèmes, et plus particulièrement dans notre cas, dans le chapitre des entiers (nombres entiers positifs et négatifs), exige une double maîtrise : d'une part, des compétences en mathématiques pour comprendre et manipuler les propriétés d'addition et de soustraction d'entiers, et d'autre part, des compétences en français pour comprendre l'énoncé, énoncer correctement les propriétés, justifier les raisonnements et communiquer les résultats.

Les compétences principale visées dans la résolution de problèmes sont les suivantes :

Utiliser la modélisation (pour mieux se représenter l'énoncé mathématique).

Utiliser des heuristiques pour optimiser les chances d'avoir une réponse correcte.

Ces compétences constituent le fil conducteur des problèmes proposés et s'appuie sur l'interaction entre théorie mathématique, raisonnement logique et usage de **l'autorégulation** pour s’approprier au mieux le processus de résolution.

6.2 Échantillonnage et contextualisation :

L’étude a été menée auprès de deux groupes d’initialement 76 élèves, bien que les données analysées concernent finalement 70 élèves en raison des absences constatées.

Le **groupe expérimental** se compose de 35 élèves de première secondaire générale, parmi lesquels 18 sont issus du Dispositif d’Accueil et de Scolarisation des Primo-Arrivants (DASPA). Ce groupe comprend 10 élèves présentant des difficultés, dont deux diagnostiqués avec un trouble déficitaire de l’attention avec ou sans hyperactivité (TDAH), un élève bénéficiant d’un dispositif d’intégration et un autre ayant des besoins spécifiques. Les 17 autres élèves ne rencontrent pas de difficultés particulières.

Le **groupe contrôle**, quant à lui, regroupe également 35 élèves dans une classe standard. Parmi eux, 9 présentent des difficultés d’apprentissage, dont 2 reconnus comme ayant des besoins spécifiques. Les 26 élèves restants ne rencontrent pas de difficultés majeures.

Il est à noter que le groupe contrôle est constitué de deux classes, chacune provenant de l'un des deux établissements mentionnés précédemment, il en va de même pour le groupe expérimental.

Pour cette recherche, le groupe expérimental a suivi un enseignement basé sur l’approche de la méthode de Singapour, axée sur la résolution de problèmes. En revanche, le groupe contrôle a abordé les mêmes problèmes, mais sans bénéficier de consignes ou d’approches spécifiques prédéfinies. Notons qu’une équivalence a été observée entre les deux groupes en termes de répartition des genres.

Dispositif expérimental :

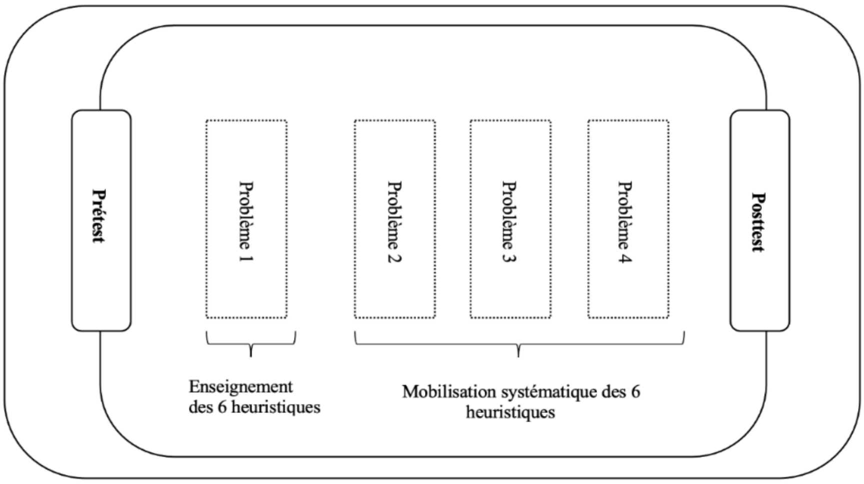


Figure 9 Schématisation du dispositif expérimental

Durant le dispositif de 3 semaines (figure 9) nous avons utilisé plusieurs approches d'organisation cognitive telles que le socio cognitivisme et le travail par pairs. Nous avons veillé à garantir que les conditions d'apprentissage soient, autant que possible, similaires entre toutes les classes.

Précisons que le dispositif a été mis en œuvre directement par les enseignants, après avoir suivi une formation préalable sur la démarche de résolution et la méthodologie spécifiques proposées dans le cadre de cette étude. Pour assurer la validité des résultats, nous avons également pris soin de vérifier que le dispositif a été appliqué de manière conforme et rigoureuse dans chaque classe, comme recommandé en la matière (Durlak, DuPre 2008).

Le tableau ci-dessous regroupe les heuristiques de notre dispositif inspiré de la démarche de Polya (1971) pour la méthode de Singapour dans la résolution de problèmes.

Phases	**Heuristiques de notre démarche de résolution**	**Questions « Guides »**
Comprendre	Représentation du problème	- Qu'est-ce que nous cherchons ? - Quelles sont les données utiles ? - Visualisation : La modélisation par barres, dresser une liste systématique, dessiner un schéma ou une image, chercher des régularités.
	Anticipation de la réponse	- Quelle serait la réponse ? (Estimation) - Quelle serait la grandeur de la réponse ? (Prix, mesure, etc., ...)
Planifier	Modélisation mathématique	- De quel type de problème s'agit-il (opérations dans les entiers, solides et figures, proportionnalité,) - Quelles formules, propriétés mathématiques devons-nous utiliser ?
	Planification de la démarche de résolution	- Quelles sont les étapes nécessaires pour résoudre le problème ? - Avons-nous besoin d'autres informations ?
Faire	Analyse mathématique	- Avons-nous fait tous les calculs nécessaires ? - Avons-nous suivi le plan de résolution ?
Vérifier	Interprétation du résultat	- Avons-nous répondu à ce que nous cherchons ? - La réponse est-elle cohérente avec mon estimation ? - La réponse a-t-elle du sens ? - La réponse est-elle mise dans une phrase correcte ?

Figure 10 : Parallélisme entre la méthode de Singapour et les heuristiques de notre dispositif (Neagoy, 2024).

Pour la méthodologie pédagogique pratiquée dans l'apprentissage du chapitre « addition et soustraction des entiers » je me suis inspirée du guide pédagogique dédié à la méthode de Singapour (Cerketti & Kritter, 2018).

7. Planification

7.1 Présentation du prétest

Afin de minimiser les biais éventuels, les tests ont été réalisés dans des conditions standardisées, et ce pour garantir une homogénéité maximale. Le problème proposé dans le cadre du prétest portait sur les nombres naturels, un chapitre vu par les enseignants qui ont mis en place le dispositif avant d'entamer le chapitre des entiers (le temps entre le moment du prétest et le moment ou le chapitre des naturels a été vu, est le même). Les élèves des deux groupes se sont vu remettre une feuille avec un problème à résoudre (Annexe 3) et ont disposé d'un temps de réflexion maximal de 30 minutes pour répondre aux questions. Enfin, ils ont reçu comme consigne de laisser toutes leurs démarches visibles et ne rien effacer, ils pouvaient toutefois barrer si nécessaire.

L'objectif principal du prétest était d'analyser le processus de résolution des élèves, en se concentrant particulièrement sur leur compréhension des consignes et des attentes liées au problème, ainsi que sur les éventuelles difficultés rencontrées au cours de cet exercice.

7.2 Déroulement de l'apprentissage selon la Méthode de Singapour

Les séances d'apprentissage se sont déroulées de la manière suivante : Dans le groupe expérimental, les élèves ont travaillé suivant notre dispositif. Afin d'enseigner les six heuristiques de notre dispositif citées dans la figure 10, les élèves ont été confrontés à un premier problème (Annexe 4) qu'ils devaient résoudre en petits groupes de 2 à 3 élèves. Les productions de chaque groupe ont ensuite été comparées collectivement et l'enseignant a introduit au fur et à mesure de la correction des six heuristiques, dont certaines sont utilisées par les élèves de manière spontanée car familières, telles que « relever les données importantes » dans l'heuristique « se représenter le problème ». Un modèle de la démarche pédagogique pour résoudre le problème 1 est disponible en annexe 5.

Il est donc important que l'enseignant présente l'heuristique en détaillant son fonctionnement et son importance dans la résolution de problèmes. Il explique également le moment précis de la démarche où cette heuristique doit être utilisée et applique l'étayage[2] (Bruner,1976) avec les élèves sur la façon de procéder en utilisant des questions et en incitant les élèves à se poser des questions afin d'**autoréguler** (processus dynamique par lequel la personne planifie, surveille et évalue ses apprentissages (Butler, 1998; Butler et Winnie, 1995)) leurs processus mentaux et d'aller vers une meilleure appropriation des concepts mathématiques, en effet : « *Conduire l'enseignement, c'est conduire une conversation. Et conduire une conversation, c'est poser des questions* » (Maulini, 2005, p.88).

Le groupe expérimental a bénéficié également d'une phase de mobilisation de connaissances des six heuristiques durant la résolution de trois problèmes (2-3-4) avant l'évaluation du dispositif en prétest.

Dans le groupe contrôle, les élèves n'ont pas bénéficié du dispositif avec les six heuristiques, mais ils ont eu les mêmes problèmes à résoudre que le groupe expérimental.

Notons que dans l'enseignement du chapitre « addition et soustraction des entiers », nous avons travaillé selon la Méthode de Singapour dans le groupe expérimental, c'est-à-dire avec l'approche « *concret-imagé- abstrait »*. L'objectif étant de donner la possibilité aux élèves de mieux connaitre les différentes stratégies utilisées dans l'*imagé* (modélisation par barre, par modélisation, par comparaison, et par schématisation) que nous exploiterons dans la résolution de problèmes. Cela leurs permettra de se familiariser avec les différentes stratégies et se concentrer au mieux sur les autres heuristiques du dispositif lors de l'introduction de celles-ci pour la résolution de problèmes.

7.3 Organisation du posttest :

Après trois semaines, les élèves ont passé un post-test visant à évaluer l'évolution de leurs compétences dans la résolution de problèmes. Ce test comprenait un problème (Annexe 6) similaire à celui du prétest, permettant ainsi de comparer les performances des élèves avant et après l'intervention. Cette démarche avait pour objectif de mesurer les progrès réalisés, tant au

[2] Bruner (1976) décrit l'étayage dans son article « The Role of Tutoring in Problem Solving », publié dans le *Journal of Child Psychology and Psychiatry* comme un ensemble de gestes professionnels visant à ajuster l'aide apportée aux besoins spécifiques des élèves.

niveau des stratégies employées et des heuristiques utilisées que des solutions apportées.

7.4 Évaluation de la persévérance des élèves

A la fin de notre dispositif, nous avons fait un brainstorming avec les élèves pour évaluer ensemble quels étaient les points forts et les points faibles de cette nouvelle approche ainsi que les difficultés rencontrées. Nous avons également présenté l'outil d'évaluation de la **persévérance** que nous avons cité auparavant et qui nous permet d'évaluer justement la caractéristique « Attitude » de la méthode de Singapour cité dans notre partie théorique.

8. Résultats et analyse

8.1 Présentation des résultats

Moyenne des deux groupes :

Nous avons récolté les résultats des élèves des deux groupes (expérimental et contrôle) pour le prétest et le posttest (Annexe 7).

Lors du prétest, les résultats obtenus ont révélé une moyenne de 61 % dans le groupe contrôle, contre une moyenne légèrement inférieure de 65 % dans le groupe expérimental. Ces moyennes indiquent que les performances initiales des deux groupes étaient relativement proches, ce qui constitue un point de départ équilibré pour l'étude. Le prétest a été administré dans des conditions identiques pour les deux groupes, assurant ainsi la fiabilité des comparaisons. Ces données préliminaires permettent d'établir une base solide pour analyser l'impact de l'intervention pédagogique. Elles offrent également la possibilité de vérifier si des différences significatives entre les groupes existaient avant la mise en œuvre du dispositif expérimental. Ainsi, le prétest joue un rôle essentiel en garantissant que les éventuelles variations dans les performances ultérieures peuvent être attribuées à l'intervention plutôt qu'à des différences initiales entre les groupes.

	Pré-test	**Post-test**
Classe contrôle	61%	75%
Classe expérimentale	65%	85%

Taux de réussites :

Dans le tableau ci-dessous, nous avons également relevé le taux de réussite des élèves dans les deux groupes et dans les temps impartis, cela nous a fourni davantage d'informations sur l'effet du dispositif.

	Pré-test	Post-test
Classe contrôle	74%	92%
Classe expérimentale	63%	98%

Écart-type des deux groupes :

L'écart-type est un indicateur statistique qui mesure la dispersion des valeurs dans un ensemble de données par rapport à leur moyenne. Un écart-type faible indique que les valeurs sont proches de la moyenne, ce qui reflète une population homogène. À l'inverse, un écart-type élevé traduit une plus grande dispersion, signifiant que les valeurs s'éloignent davantage de la moyenne et que la population est moins homogène.

Le tableau ci-dessous représente la mesure de l'écart type dans les deux groupes au prétest et au posttest.

	Pré-test	Post-test
Classe contrôle	22	19
Classe expérimentale	20	14

Évolution de l'heuristique « représentation du problème » :

Les graphiques ci-dessous représentent l'évolution des heuristiques « représentation du problème ». Afin d'apporter une analyse plus fine, nous avons observé l'utilisation des deux groupes de l'heuristique citée ci-dessous.

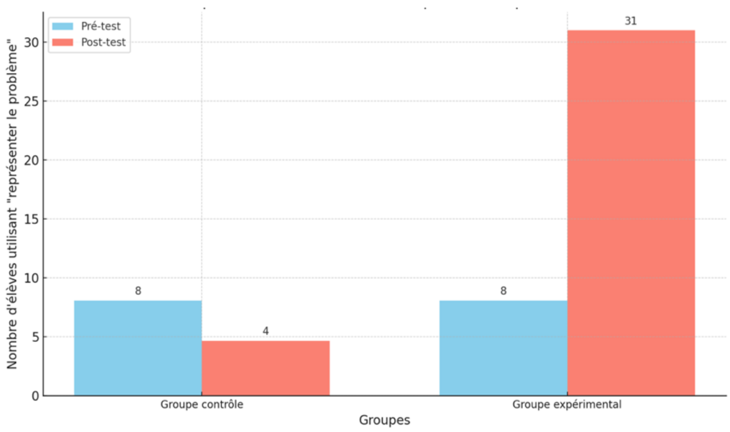


Figure 11 Évolution de la fréquence d'utilisation de l'heuristique « représentation du problème » par les deux groupes.

Les données figurant sur le graphique ci-dessus ont été récoltées lors de l'analyse du prétest et du posttest moyennant des grilles critériées (Annexe 8). Ces grilles ont été construites afin d'évaluer l'utilisation de l'heuristique « la représentation du problème » à travers la présence ou l'absence de schémas, modélisation par barres et à travers la capacité d'identifier et d'extraire les informations importantes de l'énoncé du problème, dans les productions des élèves. Ainsi, ces critères ont aidé à quantifier le nombre d'élèves qui utilise l'heuristique « la représentation du problème ». Les résultats ont été donc obtenus durant le prétest et le posttest comparant le groupe expérimental (les élèves qui ont suivi l'apprentissage basé sur la méthode de Singapour), et le groupe de contrôle (les élèves qui n'ont pas bénéficié de la méthode).

<u>Évaluation de la persévérance</u> :

Les tableaux ci-dessous mesurent l'évolution de la persévérance chez les élèves avant-après l'implémentation du dispositif pour le groupe expérimental, et avant-après un enseignement classique de la résolution de problème pour le groupe contrôle.

On donne aux élèves un questionnaire (mentionné au point 6) et se trouvant en annexe 1, pour lequel on attribue des scores de 1 à 4, le 1 représentant « jamais » et le 4 représentant « presque toujours »

Cette étude qualitative vise à évaluer la persévérance des élèves face à des problèmes mathématiques à travers l'analyse de leurs comportements et attitudes. Elle explore différentes réactions des élèves lorsqu'ils rencontrent des difficultés, telles que leur tendance à réexaminer un problème jusqu'à le comprendre, à deviner des réponses au hasard, ou à attendre les solutions fournies par l'enseignant.

Certaines réponses reflètent une attitude persévérante, comme continuer à chercher une solution malgré les obstacles ou vérifier leur raisonnement. D'autres comportements, tels qu'abandonner rapidement ou faire semblant de réfléchir, indiquent un manque d'engagement. Cette étude met en lumière les variations dans les niveaux de persévérance et fournit des données précieuses pour comprendre comment les élèves réagissent aux défis mathématiques.

	Avant le prétest		Après le posttest	
	Moyenne groupe expérimental	**Moyenne groupe contrôle**	**Moyenne groupe expérimental**	**Moyenne groupe contrôle**
1- Quand j'ai de la difficulté à comprendre un problème en math, je le réexamine jusqu'à ce que je le comprenne.	1,53	1,65	3,2	1,65
2- Quand je suis face à un problème en math, j'essaie de le terminer aussi vite que possible, sans vérifier que mon raisonnement est correct.	3,59	3,32	1,6	3,32
3- Quand j'ai de la difficulté à résoudre un problème en math, j'ai plus tendance à indiquer une réponse au hasard qu'à regarder dans mon cahier pour voir comment faire.	3,89	3,89	1,25	3,89
4- Même si j'ai difficile avec le problème, je continue à essayer de trouver la réponse.	1,2	1,63	3,89	1,63
5- Quand je suis face à un problème en math, j'attends que l'enseignant donne la réponse et je la recopie.	3,89	3,75	1,12	3,75
6- Quand je rencontre des difficultés avec un problème en math, je continue à travailler	1,1	1,46	3,95	1,46

dessus jusqu'à ce que je pense avoir trouvé.				
7- Quand je reçois un problème en math, je fais semblant de réfléchir ou de trouver la réponse.	3,54	3,54	1,12	3,54
8- Dès que je rencontre une difficulté pendant que je résous un problème en math, j'abandonne et passe au suivant s'il y en a un.	3,95	3,5	2,32	3,5

Figure 12 Mesures de la persévérance des élèves avant le prétest et après le posttest

Une grande persévérance est reflétée par un score proche de 4 pour les items 1, 4, 6 et par un score proche de 1 pour les items 2, 3, 5, 7, 8.

8.2 Discussion et interprétation des résultats :

Les résultats du prétest révèlent que le groupe expérimental avait un niveau de prérequis initial (65 %) relativement proche de celui du groupe contrôle (61 %), ce qui nous permet de mener notre étude sur deux groupes présentant des niveaux de performances plus ou moins similaires, et augmenter ainsi les chances d'avoir des interprétations correctes.

A l'issue de notre dispositif, le groupe expérimental a surpassé le groupe contrôle, atteignant une moyenne de 85 % contre 75 % pour ce dernier. Cette progression notable me permet de mettre en évidence l'efficacité de la méthode de Singapour dans l'amélioration de la compréhension et des compétences des élèves concernant les nombres entiers.

La comparaison des écarts types est une étape essentielle pour analyser la dispersion des résultats et évaluer la variabilité des performances des élèves dans les deux groupes. Voici une analyse des écarts types observés pour les prétests et les posttests.

Prétest :

- Groupe contrôle : Écart-type mesuré à **22**.
- Groupe expérimental : Écart-type mesuré à **20**.

Ces écarts types montrent que la dispersion des résultats au sein des deux groupes avant l'intervention pédagogique était relativement similaire, ce qui reflète une homogénéité comparable des niveaux initiaux.

Posttest :

- Groupe contrôle : Écart-type mesuré à **19**.
- Groupe expérimental : Écart-type mesuré à **14**.

Après l'intervention, l'écart-type du groupe expérimental a diminué par rapport à celui du groupe contrôle. Cela pourrait indiquer une réduction de la dispersion des résultats, ce qui signifie que les élèves du groupe expérimental ont montré une progression plus homogène dans leurs performances grâce à la méthode de Singapour.

Notons que si l'écart-type diminue dans le groupe expérimental après le posttest, cela traduit une homogénéisation des performances des élèves, suggérant que l'intervention pédagogique a été efficace pour réduire les écarts entre les apprenants. En revanche, si l'écart-type augmente, cela peut refléter une différenciation dans les apprentissages, un contexte dans lequel certains élèves ont davantage bénéficié de l'intervention que d'autres.

Les résultats mettent en évidence la capacité des élèves à mobiliser spontanément certaines heuristiques, reflétant une forme **d'autorégulation** dans leur processus de résolution de problèmes. Ce constat quantitatif est renforcé par des données qualitatives issues d'entretiens menés entre l'enseignant et les élèves. Plus précisément, alors qu'au début les élèves éprouvaient des difficultés à exprimer clairement leurs activités cognitives face au premier problème, ils parviennent progressivement à expliciter davantage les étapes de leur raisonnement avec le temps. Nous avons constaté qu'au début de notre dispositif, certains élèves avec une facilite d'apprentissage, ont manifesté des difficultés à assimiler l'exploitation des heuristiques car cela représentait un frein dans leurs propres démarches. Grâce à notre dispositif a forme cyclique et à multiples entrée, ces élèves ont pu s'approprier le processus et autoréguler leur apprentissage.

Par ailleurs, les observations directes en classe ont également offert une perspective précieuse et immédiate sur les dynamiques d'apprentissage, puisqu'elles ont permis d'ajuster les stratégies pédagogiques en fonction des besoins des élèves.

Pour analyser les effets de la méthode de Singapour sur les résultats des élèves, nous étudierons les données issues des différentes évaluations de cinq élèves. Parmi eux, trois présentent des difficultés en mathématiques (élèves 1, 3 et 5), l'élève 1 ayant en plus des besoins spécifiques. Par ailleurs, l'élève 5 est en intégration. L'analyse combinera l'examen des résultats chiffrés et l'intégration d'observations qualitatives pour une compréhension plus approfondie. Le tableau ci-dessous représente les résultats du prétest et du posttest des 5 élèves.

Élève	Résultat prétest (%)	Résultat posttest (%)
1	45	100.00
2	55	100.00
3	0	40.00
4	75	100.00
5	35	70.00

Les performances des élèves 2 et 4, qui ne rencontrent pas de difficultés scolaires majeures, mettent en évidence une progression remarquable, avec des résultats finaux atteignant un score parfait de 100 %. Cela illustre une excellente assimilation des concepts enseignés ainsi qu'une maîtrise consolidée des acquis.

Quant aux élèves 1 et 5, malgré les difficultés qu'ils rencontrent, leur progression est également significative. L'élève 1 parvient à obtenir un score parfait de 100 %, témoignant d'une appropriation réussie des compétences visées. L'élève 5, bien qu'ayant encore des défis à surmonter, enregistre une avancée notable, atteignant un score final de 70 %.

Ces résultats soulignent l'efficacité de l'approche pédagogique mise en œuvre, qui semble avoir favorisé la réussite aussi bien des élèves en situation de réussite scolaire que de ceux en difficulté, en adaptant les apprentissages à leurs besoins spécifiques.

Je rajouterai que le climat de confiance instauré durant le dispositif a également favorisé un environnement d'apprentissage **collaboratif**, dans lequel les élèves se sentent à l'aise de partager leurs idées et de demander de l'aide sans crainte de jugement. Cela souligne l'importance de la reconnaissance des progrès, même modestes, pour instaurer une dynamique constructive et durable dans l'apprentissage.

L'évolution de la persévérance :

A) Analyse avant le dispositif :

<u>Groupe expérimental</u>

Caractéristiques générales : Les élèves montrent une persévérance très faible dans la résolution de problèmes mathématiques :

o Par exemple, l'item « Même si j'ai difficile avec le problème, je continue à essayer de trouver la réponse » a une moyenne de seulement 1,2, indiquant une forte tendance à abandonner face aux défis.

o De même, « Quand je rencontre des difficultés avec un problème en math, je continue à travailler dessus jusqu'à ce que je pense avoir trouvé » obtient une moyenne de 1,1, reflétant un comportement similaire.

o Les moyennes élevées sur des affirmations négatives, telles que « Dès que je rencontre une difficulté pendant que je résous un problème en math, j'abandonne et passe au suivant » (3,95), montrent une absence générale de résilience.

Groupe contrôle :

Tendances similaires au groupe expérimental, mais légèrement meilleures :

o « Même si j'ai difficile avec le problème, je continue à essayer de trouver la réponse » obtient une moyenne de 1,63, un score supérieur à celui de la classe expérimentale (1,2).

o Sur les comportements d'abandon, « Dès que je rencontre une difficulté [...] j'abandonne et passe au suivant », la moyenne est légèrement inférieure (3,5 contre 3,95), ce qui suggère une meilleure gestion des frustrations initiales.

Synthèse avant le dispositif :

Les deux groupes montrent un faible niveau de persévérance, mais la classe contrôle part avec un léger avantage. Cela pourrait être dû à des différences initiales dans les attitudes ou comportements des élèves, ou à des facteurs contextuels.

B) Analyse après le dispositif :

Groupe expérimental

Progrès remarquables :

Par exemple l'item « Même si j'ai difficile avec le problème, je continue à essayer de trouver la réponse » passe de 1,2 à 3,89, soit une augmentation massive de +2,69 points. Cela traduit un changement profond dans la persévérance face aux défis. Une amélioration similaire est observée sur « Quand je rencontre des difficultés avec un problème en math, je continue à travailler dessus jusqu'à ce que je pense avoir trouvé », qui passe de 1,1 à 3,95, soit une augmentation de +2,85 points.

Les comportements négatifs diminuent considérablement :

L'item « Dès que je rencontre une difficulté [...] j'abandonne et passe au suivant » passe de 3,95 à 2,32, marquant une réduction de l'attitude défaitiste.

Ces progrès significatifs suggèrent que le dispositif mis en place a permis aux élèves de développer des stratégies pour faire face aux difficultés, renforçant leur résilience. Les élèves semblent désormais aborder les problèmes mathématiques avec une attitude plus proactive et persistante.

Groupe contrôle

Évolution stagnante :

Contrairement à la classe expérimentale, les moyennes pour les items positifs restent stables ou montrent de faibles variations :

Par exemple, « Même si j'ai difficile avec le problème, je continue à essayer de trouver la réponse » reste presque inchangée (1,63 avant, 1,63 après).

Les comportements négatifs persistent également :

« Dès que je rencontre une difficulté [...] j’abandonne et passe au suivant » reste élevé (3,5 avant, 3,5 après), sans signes d’amélioration.

Synthèse après le dispositif :

L'absence de changements indique que sans intervention spécifique, les attitudes des élèves face aux difficultés restent globalement les mêmes. Les comportements défaitistes dominent toujours, tandis que les stratégies d’autonomie et de persévérance ne se développent pas.

C) Impact du dispositif

Groupe expérimental :

Les progrès des élèves démontrent l’efficacité du dispositif mis en place pour améliorer leur persévérance. Les attitudes initialement négatives (abandon rapide, manque d’efforts) ont été largement remplacées par des comportements positifs (persistance, travail jusqu’à trouver une solution).

Les augmentations significatives sur les items mesurant la persévérance (+2,69 à +2,85 points selon les items) montrent une transformation complète des attitudes.

Groupe contrôle :

Sans intervention, les élèves de la classe contrôle restent ancrés dans leurs comportements initiaux. Les écarts avec la classe expérimentale après le dispositif deviennent flagrants, avec des différences notables dans la gestion des difficultés.

L’heuristique « représentation du problème » :

Les élèves ayant appris la résolution de problèmes avec la méthode de Singapour ont montré de bonnes performances dans le domaine des entiers, grâce à une approche structurée et progressive. Ils ont bénéficié de différents outils pour assimiler les concepts, avec un accent particulier sur la transition entre les étapes de concrétisation et de modélisation (schématisation, modélisation par barres...).

Le groupe expérimental a démontré une nette amélioration dans l'utilisation de l’heuristique « représentation du problème » (passe de 8 élèves utilisant « la représentation du problème » au prétest, à 31 élèves au posttest), contrairement au groupe contrôle qui n'a pas eu d'évolution à ce propos. Cette progression est observable non seulement après l'intervention, mais également plusieurs semaines plus tard, confirmant l'effet durable du dispositif. Nous avons constaté, qu'une différence **marquée** entre les groupes en ce qui concerne l'utilisation des représentations comme des schémas, modélisation par barres, et dessins pour clarifier et résoudre les problèmes. Cette tendance s'est renforcée au fil du temps, soulignant l'impact positif de l'approche enseignée sur leurs pratiques de résolution de problèmes.

Pour certains élèves, notamment ceux en difficulté, l'utilisation de barres représentant des valeurs positives et négatives et donc de l'heuristique « se représenter le problème » s'est avérée particulièrement efficace et pourrait expliquer la différence d'évolution des performances des deux groupes concernant la résolution de problèmes. Ces supports visuels leur ont permis de mieux comprendre les concepts abstraits, de schématiser plus facilement les situations mathématiques des additions et des soustractions d'entiers, ainsi que de réaliser les calculs avec une plus grande aisance. Cette méthodologie de modélisation a favorisé l'intégration durable des apprentissages.

L'évolution des productions de deux élèves entre le prétest et le posttest est mise en annexe 9.

La démarche pédagogique de la méthode :

Les problèmes 2, 3 et 4 (Annexe 10) proposés aux élèves étaient conçus pour être diversifiés, offrant ainsi une approche multimodale des contenus pédagogiques. Cette variété a permis de répondre aux différents styles d'apprentissage des élèves et d'encourager une participation active.

Parmi les stratégies utilisées :

Manipulations concrètes : L'utilisation d'outils tels que les barrettes de couleur a permis une exploration pratique des concepts.

Discussions en groupe : Ces échanges ont encouragé la collaboration, le partage d'idées et la résolution de problèmes collectifs, tout en développant les compétences sociales des élèves.

Travaux individuels : Ils ont permis à chaque élève de consolider ses acquis à son propre rythme et de renforcer son autonomie dans la résolution des problèmes.

Différenciation : L'utilisation de la modélisation visuelle et l'organisation des élèves par pairs pour résoudre des problèmes ont favorisé la métacognition grâce à une différenciation pédagogique et un enseignement structuré s'adaptant aux besoins variés des élèves.

Méthode de Singapour et Inclusion

Dans un cadre inclusif, la méthode de Singapour a permis aux élèves en intégration ou à besoins spécifiques de bénéficier d'explications supplémentaires et d'un accompagnement adapté pendant les exercices.

L'élève 1, avec des besoins particuliers, a ainsi atteint un score final de 100 %, témoignant de l'efficacité de cette approche différenciée. Nous ne pouvons pas, à ce stade, avoir toutes les explications qui ont favorisé un tel score, néanmoins cela souligne l'importance du soutien ciblé et l'efficacité de notre dispositif pour favoriser la progression et renforcer la confiance des élèves en difficulté.

8.3 Limites de la recherche :

La taille réduite de l'échantillon étudié restreint la portée et la généralisation des conclusions. Toutefois, il est espéré que des recherches futures, menées sur un échantillon plus large et diversifié, permettront de confirmer et d'affiner ces résultats.

Aussi, le dispositif a été appliqué sur un seul chapitre (les entiers) ce qui restreint également la généralisation sur d'autres chapitres. Je peux toutefois dire que pour la géométrie un enfant ne se représente pas l'espace par le biais d'une perception directe de l'environnement mais le construit par manipulation préalable de cet environnement (Piaget et Inhelder 1967). Et on ne peut pas expliquer les concepts mathématiques (comme ceux qui concernent les types de triangles par exemple) aux jeunes apprenants par le biais d'une définition, il faut leur fournir suffisamment d'objets **concrets** (manipulation) pour s'approprier au mieux les représentations concrètes (Skemp 1987), amenant une progression fluide vers l'abstrait. Ces approches s'appliquent également à la méthode de Singapour et à sa démarche progressive (concret-imagé-abstrait) pour des thèmes tels que la géométrie (Neagoy, 2024).

Aussi, étant donné que le dispositif a été implémenté sur une période de trois semaines, il m'a été difficile d'enseigner les six heuristiques de manière à garantir une assimilation efficace et durable dans un délai aussi court.

8.4 Perspectives et prolongements

Les résultats prometteurs obtenus dans cette étude ouvrent la voie à des pistes de recherches complémentaires. En particulier, il serait pertinent d'affiner l'analyse des six heuristiques étudiées, notamment en approfondissant la compréhension de leur rôle spécifique et de la fréquence optimale de leur utilisation dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques. Une telle approche permettrait d'identifier des leviers d'action encore plus précis pour soutenir les pratiques enseignantes.

Le dispositif testé pourrait également servir de **guide** pour renforcer les pratiques pédagogiques sur le terrain, en insistant sur plusieurs axes majeurs. Tout d'abord, l'importance de la **compréhension du problème** qui se repose principalement sur une **représentation singulière et efficace** de celui-ci comme outil central dans l'enseignement, doit être davantage prise en compte. Ensuite, il est nécessaire de continuer à **enseigner explicitement des heuristiques** facilitant la résolution de problèmes, afin d'aider les élèves à développer des stratégies efficaces et transférables. Enfin, cette démarche gagnerait à intégrer plus profondément la **dimension métacognitive**, qui constitue un élément clé dans l'apprentissage de la résolution de problèmes.

Nous savons bien que l'élève apprend également par imitation si la façon d'être de l'enseignant fait sens et envie chez lui comme l'explique si bien Thomas d'Ansembourg (avocat et psychothérapeute) dans son livre « Notre façon d'être adulte fait-elle sens et envie pour les jeunes ? » (2020), ce qui consolide l'idée des Singapouriens : investir dans la formation des enseignants (Neagoy, 2024).

Sur la base de ces informations, il serait intéressant de tester le dispositif sur un large publique et pour plusieurs compétences du programme officiel. En poursuivant ces recherches, il sera possible de consolider les pratiques éducatives et renforcer la formation des enseignants pour la résolution de problèmes, tout en contribuant à une meilleure compréhension des mécanismes d'apprentissage en mathématiques, notamment dans des contextes pédagogiques variés.

8.5 Conclusion

La partie pratique de ce travail met en lumière les résultats d'une intervention basée sur l'enseignement de la résolution de problèmes par la méthode de Singapour et appliquée dans un contexte scolaire de 1ère secondaire. Les données obtenues proviennent d'une évaluation rigoureuse, combinant des analyses quantitatives et qualitatives. Les performances des élèves dans la résolution de problèmes ont été mesurées à partir de leur capacité d'avoir des réponses correctes et de mobiliser l'heuristique « la représentation du problème » permettant de mieux comprendre le problème.

Les résultats indiquent que le groupe expérimental a non seulement amélioré ses performances de manière significative, mais a également montré une plus grande homogénéité dans les résultats posttest, suggérant une appropriation efficace des compétences enseignées. Les observations qualitatives, issues des échanges avec les élèves de ce groupe et des analyses de la grille d'évaluation de leur attitude face aux problèmes mathématiques, confirment que l'introduction des heuristiques a favorisé une meilleure compréhension des concepts et une plus grande persévérance face aux défis.

Ces observations renforcent l'idée que la méthode de Singapour, en mettant l'accent sur la modélisation et la représentation des problèmes, constitue un levier pédagogique puissant pour accompagner les élèves dans leur progression. Les ajustements effectués en cours de dispositif, ainsi que l'environnement d'apprentissage collaboratif instauré, ont joué un rôle clé dans cette dynamique. Enfin, les résultats témoignent de la pertinence d'un enseignement structuré et différencié de la méthode de Singapour, en particulier pour répondre aux besoins spécifiques des élèves en difficulté.

À la question de recherche : « *La méthode de Singapour favorise-t-elle une amélioration significative de la résolution de problèmes en première secondaire ?* », je peux répondre que sur base des résultats du dispositif, des observations et de la théorie, la réponse est clairement oui.

Conclusion

À travers ce travail de fin d'études, j'ai souhaité explorer la méthode de Singapour comme un outil pédagogique innovant et prometteur, en réponse à l'ambition d'un enseignement inclusif et démocratisé. Mon objectif était de mettre en lumière une approche capable de réduire les inégalités de résultats et d'acquis tout en aidant les élèves à atteindre des compétences communes. Cet objectif repose sur une pédagogie qui conjugue singularité et collectivité, tout en prenant en compte les besoins spécifiques de chaque élève.

L'expérimentation de la méthode de Singapour m'a permise de découvrir un cadre pédagogique systémique combinant plusieurs outils. En articulant la modélisation, la manipulation concrète et la résolution de problèmes, cette méthode offre une richesse de moyens permettant aux élèves de comprendre et d'intégrer les concepts mathématiques de manière active et durable. Grâce à une planification rigoureuse et une attention portée à la diversité des apprenants, les objectifs pédagogiques peuvent être atteints par tous, quel que soit leur profil.

La méthode de Singapour, tout comme les orientations du Pacte pour un Enseignement d'Excellence, met en lumière l'importance de la résolution de problèmes, non seulement comme outil d'apprentissage mais également comme support de recherche et d'application des savoirs. Ces principes ouvrent des perspectives intéressantes pour intégrer davantage ce dispositif dans une vision pédagogique renouvelée et systémique.

Convaincue par l'intérêt de cette approche, je souhaite approfondir cette démarche dans mon futur parcours professionnel. La méthode de Singapour, en tant que démarche pédagogique globale, constitue une pratique que j'aspire à enrichir. J'ambitionne de développer mes connaissances en métacognition, en didactique des mathématiques et en psychologie de l'enfant, afin de mieux comprendre les mécanismes d'apprentissage et d'ajuster mes pratiques à la diversité des besoins des élèves.

La méthode de Singapour, mise en synergie avec des pratiques collaboratives, représente une opportunité précieuse pour construire un enseignement à la fois équitable, inclusif et profondément humain. C'est dans cet esprit que je souhaite contribuer à l'évolution des pratiques pédagogiques et accompagner chaque élève sur le chemin de la réussite.

Sources

9. Bibliographie

André, C., Caira, S., Cerquetti-Aberkane, F., & Kritter, C. (2018). *Méthode de Singapour: Guide pédagogique*. Librairie des écoles.

Artigue, M. (2011). Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base. France : UNESCO.

Barrera-Curin, R. I. (2013). Étude des significations de la multiplication pour différents ensembles de nombres dans un contexte de géométrisation. *Thèse de doctorat, Paris : IREM de l'Université Paris Diderot–Paris 7.*

Barrouillet, P., & Camos, V. (2002). Savoirs, savoir-faire arithmétiques, et leurs déficiences (version longue). *Ministère de la Recherche, programme cognitique, école et sciences cognitives.*

Baruk, S. (2016). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques.* Média Diffusion.

Brault-Labbé, A., & Dubé, L. (2009). Engagement, surengagement et sous-engagement académiques au collégial : pour mieux comprendre le bien-être des étudiants. *Revue des Sciences de L'Éducation, 34*(3), 729–751. https://doi.org/10.7202/029516ar

Crahay, M., Verschaffel, L., De Corte, E., & Grégoire, J. (2005). Enseignement et apprentissage des mathématiques : que disent les recherches psychopédagogiques ? *Que Disent les Recherches Psychopédagogiques ?* https://orbi.uliege.be/handle/2268/10478

Dorier, J. L., Gueudet, G., Peltier, M. L., Robert, A., & Roditi, É. (2018). *Enseigner les mathématiques : didactique et enjeux de l'apprentissage.* Belin éducation.

Enseignement.be. (n.d.). *Les socles de compétences de l'enseignement obligatoire.* Retrieved from http://www.enseignement.be/index.php?page=24737

Fagnant, A., & Vlassis, J. (2010). Le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques : questions et réflexions. *Education Canada, 50*(1). Retrieved from http://orbi.ulg.ac.be/handle/2268/79739

Gauthier, C., Bissonnette, S., & Crato, N. (2023). *Enseignement explicite et données probantes : 40 stratégies pédagogiques efficaces pour la classe et l'école*. Chenelière Education.

Hanin, V., & Van Nieuwenhoven, C. (2016). Évaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problèmes en première secondaire. *Evaluer. Journal international de Recherche en Éducation et Formation, 2*(1), 53–88.

Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. In *Annales de didactiques et de sciences cognitives* (Vol. 16, pp. 67–96).

Houdement, C. (2014). Des connaissances fonctionnelles (mais ignorées) en résolution de problèmes arithmétiques. *Cahiers des Sciences de l'Éducation, 36*, 7–34.

Jean, J. U. L. O. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N, 69*.

Lee, P. Y., & Lee, N. H. (2017). *Méthode de Singapour.* Librairie des écoles.

L'Express. (2016, 29 novembre). Élèves français nuls en maths : la faute à un enseignement « trop théorique » ? *L'Express.*

Le Point. (2017, 19 octobre). Les prodiges de la méthode de Singapour. *Le Point.*

Lomoyne, G., & Conne, F. (1999). *Le cognitif en didactique mathématique.*

Mercier, A. (2008). Une question curriculaire de l'enseignement élémentaire des mathématiques: la résolution de problèmes. *Actes du séminaire national L'enseignement des mathématiques à l'école primaire*, ministère de l'Éducation, Éduscol, 93–116.

Moritz, S., & Lysaker, P. H. (2018). Metacognition – What did James H. Flavell really say and the implications for the conceptualization and design of metacognitive interventions. *Schizophrenia Research*, *201*, 20-26. https://doi.org/10.1016/j.schres.2018.06.001.

Neagoy, M. (2024). *L'approche de Singapour.* Hachette éducation.

OCDE. (2023). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework.* Paris : Éditions OCDE.

Remond, M. (2004). M. Kaïl, M. Fayol – Les sciences cognitives et l'école. La question des apprentissages. *Revue Française de Pédagogie, 149*(1), 133–135. https://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_2004_num_149_1_3184

Rix, N. (2019). La méthode de Singapour, qu'en penser ? *Losange, 44*.

Walle, J. V. de, Karp, K., & Bay-Williams, J. (2018). *Elementary and Middle School Mathematics : Teaching Developmentally* (10th edition). Pearson.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2009). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally.* Retrieved from http://ci.nii.ac.jp/ncid/BA81939641

Verschaffel, L., & De Corte, E. (2005). La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace. In M. Crahay & L. Verschaffel (Eds.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques* (pp. 153–176). Bruxelles : De Boeck.

Verschaffel, L., Greer, B., & Van Dooren, W. (2008). La résolution de problèmes. In A. Van Zanten (Ed.), *Dictionnaire de l'éducation* (pp. 588–590). Paris : PUF.

Viau, R., & Bouchard, J. (2000). Validation d'un modèle de dynamique motivationnelle auprès d'élèves du secondaire. *Canadian Journal of Education/Revue canadienne de l'éducation*, 16–26.

Wang, J. (2009). Teaching Mathematics in Belgium: A Historical Perspective.

Annexe 1 Items du questionnaire sur la persévérance

1. Quand j'ai de la difficulté à comprendre un problème en math, je le réexamine jusqu'à ce que je le comprenne.

2. Quand je suis face à un problème en math, j'essaie de le terminer aussi vite que possible, sans vérifier que mon raisonnement est correct.

3. Quand j'ai de la difficulté à résoudre un problème en math, j'ai plus tendance à indiquer une réponse au hasard qu'à regarder dans mon cahier pour voir comment faire.

4. Même si j'ai difficile avec le problème, je continue à essayer de trouver la réponse.

5. Quand je suis face à un problème en math, j'attends que l'enseignant donne la réponse et je la recopie.

6. Quand je rencontre des difficultés avec un problème en math, je continue à travailler dessus jusqu'à ce que je pense avoir trouvé.

7. Quand je reçois un problème en math, je fais semblant de réfléchir ou de trouver la réponse.

8. Dès que je rencontre une difficulté pendant que je résous un problème en math, j'abandonne et passe au suivant s'il y en a un.

Annexe 2 Les compétences mobilisées

<u>En mathématiques :</u>

- **Compétences transversales :**

- Analyser et comprendre un message : Se poser des questions.
- Résoudre, raisonner et argumenter : Agir et interagir sur des matériels divers.
- Appliquer et généraliser : Se poser des questions pour étendre une propriété, une règle, une démarche à un domaine plus large.
- Structurer et synthétiser: Identifier les ressemblances et les différences entre des propriétés et des situations issues de mêmes contextes ou de contextes différents.

- **Compétences disciplinaires :**

  Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées.

- Utiliser des propriétés des opérations.
- Choisir et utiliser avec pertinence le calcul mental ou le calcul écrit en fonction de la situation.
- Utiliser l'égalité en termes de résultat et en termes d'équivalence.
- Respecter les priorités des opérations.
- Utiliser, dans leur contexte, les termes usuels et les notations propres aux nombres entiers et aux opérations.

En français :

- **Compétences transversales**

Démarches mentales

- Saisir l'information : avoir une connaissance satisfaisante de la langue française pour véhiculer l'information.
- Traiter l'information : analyser : dégager les idées (distinguer les éléments essentiels, les hiérarchiser selon des critères pertinents)
- Utiliser l'information : imiter l'information, la transposer dans des situations nouvelles.
- Communiquer l'information : communiquer les démarches effectuées.

Manières d'apprendre

- Porter son attention sur ses façons de comprendre et d'apprendre, sur ses méthodes de travail pour les exprimer, pour les comparer avec celles des autres ;

- Utiliser des outils de travail informatiques, audiovisuels. Attitudes relationnelles
- Connaitre les autres et accepter les différences : écouter, dialoguer, travailler en équipe, laisser s'exprimer.

- **Compétences disciplinaires**

Lire

- Élaborer des significations : Gérer la compréhension du document (de l'enoncé) :

  – pour dégager des informations explicites.

  – pour dégager des informations implicites.

  – pour percevoir le sens global, afin de pouvoir reformuler et utiliser des informations.

  – pour percevoir le sens global, afin de pouvoir reformuler ou exécuter un enchainement de consignes.

Écouter

- Orienter son écoute en fonction de la situation de communication : en tenant compte de l'intention poursuivie, des interlocuteurs, des contraintes de l'activité, des modalités de la situation.

Annexe 3 Prétest

Problème du prétest :

Une classe de 30 élèves part en sortie scolaire. Plusieurs activités sont organisées pour les participants.

- Entrée au parc d'attractions : 8 tickets pour 16 EUR.
- Transport en bus : 180 EUR pour le groupe.
- Chaque élève apporte 6 EUR.

Le reste des frais est pris en charge par l'école. Combien l'école doit-elle payer ?

Annexe 4 Structure du problème 1

Résolution de problème selon la Méthode de Singapour

Observer

Lors d'une randonnée en montagne, Léo commence son ascension à une altitude de 200 mètres. Il grimpe de 350 mètres, puis descends de 150 mètres. Enfin il grimpe encore de 100 mètres. Quelle est l'altitude finale de Léo ?

Comprendre

1- Qu'est-ce que nous cherchons ?
3- Quelles sont les données utiles ?
4- Peut-on anticiper la réponse ? Sa grandeur ?

1- Nous cherchons l'altitude finale de Léo.

2- Les données utiles :
   - L'altitude initiale de Léo : 200m
   - Il grimpe 300m
   - Il descend 150m
   - Il grimpe 100m

3- Anticiper la réponse : Elle est proche de 400.

Planifier

1- De quel type de problème s'agit-il ? (chapitre ?)
2- Quelle stratégie serait la plus utile ?
3- Que devons-nous utiliser pour résoudre le problème ? (formules, propriétés,)
4- Quelles sont les étapes nécessaires pour résoudre le problème ?
5- Avons-nous besoin d'autres informations ?

1- Il s'agit des opérations dans les entiers (addition et soustraction)

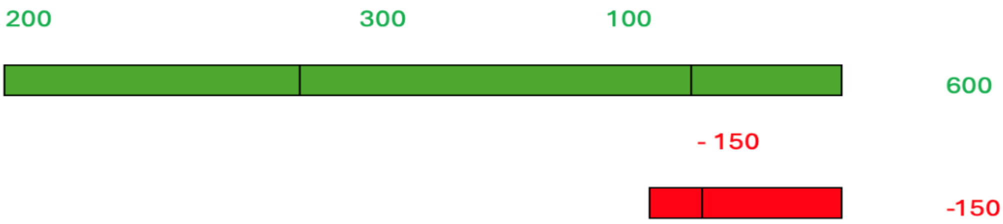
2- La stratégie est la modélisation : Modélisation par barres.
Je représente les ascensions en vert (nombres positifs ; ajouter un nombre) et les descentes en rouge (nombres négatifs ; retirer un nombre).

3- Nous devons additionner tous les nombres qui représentent les ascensions et les descentes.
4- Une seule étape : en additionne et on soustrait les nombres représentés.

Faire

1-Je me base sur la modélisation en barre pour effectuer mon calcul.
2-Je formule une phrase correcte pour répondre à la question.

1- Modélisation :



200+ 300 + 100 + (-150) = 200 + 300 + 100 – 150 = 600 – 150 = 450

2- L'altitude finale de Léo est 450 m.

Vérifier

1-Est-ce que je réponds bien à la question ?
2- Mon anticipation est-elle proche de ma solution ?
3- Ai-je besoin de revoir ma démarche ?

1- Oui. On cherche bien l'altitude finale de Léo.
2- Oui. Ma solution (450) est bien proche de 400.
3- Non.

Annexe 5 Démarche pédagogique du problème 1

Action pédagogique	Étapes	Objectifs
	AVANT (discussion en classe)	
1	Lire l'énoncé du problème à la classe ou le faire lire par un élève. Discuter des mots ou expressions que les élèves ne connaissent peut-être pas.	Illustrer l'importance de lire les énoncés attentivement et de se concentrer sur les mots qui ont une signification particulière en mathématiques.
2	Mener une discussion en classe pour favoriser la compréhension en utilisant le schéma de la résolution de problèmes: « Peux-tu reraconter l'histoire du problème avec tes propres mots ? »; « Que dois-tu essayer de trouver? » ; « Trouve les informations importantes. »	Se concentrer sur les données importantes du problème et clarifier certains aspects.
3	Mener une discussion en classe sur les stratégies de résolution possibles: « Quelles stratégies peux-tu essayer pour résoudre le problème ? » ; « Peux-tu faire un dessin pour ce problème? »	Obtenir des idées sur les différentes façons possibles de résoudre un problème.
	PENDANT (Travail individuel ou en petit groupe)	
4	Observer et interroger les élèves pour déterminer où ils en sont dans le processus de résolution du problème.	Diagnostiquer les forces et les faiblesses des élèves en matière de résolution de problèmes.
5	Donner des aides si nécessaire. « Vérifie le schéma de la résolution de problèmes et regarde s'il y a une stratégie qui va t'aider à avancer. »	Aider les élèves à surmonter des blocages lors de la résolution du problème - les aides doivent être soigneusement choisies en amont pour éviter d'aller trop loin.

6	Proposer des prolongements si utile: « Que se passerait-il si...? »; « Peux-tu faire des problèmes similaires? »	Inciter les élèves qui ont déjà fini le travail à appliquer la solution à un problème similaire.
7	Inciter les élèves à trouver une solution pour répondre au problème: « As-tu utilisé toutes les informations importantes? »; « La réponse fait-elle sens? »	Demander aux élèves de vérifier leur travail.
	APRÈS (discussion en classe entière)	
8	Montrer et discuter les solutions en restructurant le processus de résolution de problèmes avec les six heuristiques comme base des échanges.	Montrer et nommer différentes stratégies utilisées avec succès pour trouver une solution.
9	Si possible, relier le problème à des problèmes antérieurs et discuter, ou résoudre des prolongements du problème.	Montrer que les stratégies de résolution de problèmes ne sont pas spécifiques aux problèmes et aider les élèves à identifier différents types de situations où des stratégies particulières peuvent être utiles.
10	Si pertinent, discuter des aspects particuliers du problème par exemple une image qui accompagne l'énoncé.	Montrer comment les aspects particuliers du problème influencent les idées des élèves.

Annexe 6 Posttest

Problème du posttest :

Le professeur Mathovore donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples comprenant huit questions. Voici sa manière de coter :

. Réponse fausse (F) : - 3 points

. Pas de réponse (P) : - 1 point

. Bonne réponse (B) : + 4 points

a) Calcule la cote de Marienne dont les résultats aux questions sont : F, B, F, F, P, F, B, P.

b) Martin a obtenu une cote plus élevée que celle de Marienne de 4 points. Que vaut-elle ?

Annexe 7 Tableau des résultats des deux groupes pour le prétest et le posttest

	Groupe contrôle		**Groupe expérimental**	
Sujet	**Prétest**	**Posttest**	**Prétest**	**posttest**
1	50	70	50	70
2	75	75	45	75
3	60	65	60	85
4	80	75	70	75
5	85	82,5	83	92,5
6	30	52,5	30	82,5
7	35	30	35	70
8	70	62	30	62,5
9	50	55	50	85
10	75	80	75	100
11	60	50	50	80
12	20	45%	20	65
13	60	87	30	87,5
14	0	42	0	40
15	60	80	45	100
16	80	72,5	50	72,5
17	35	67	55	100
18	60	70	70	80
19	75	75	68	75
20	75	60	70	88
21	68	76	49	78
22	43	66	90	97
23	48	68	56	62
24	55	72	74	79
25	68	75	41	77
26	77	80	69	70
27	32	90	45	53
28	85	99	52	67
29	91	98	68	73
30	68	76	36	69

31	45	70	44	62
32	95	89	78	83
33	78	89	69	96
34	95	95	75	100
35	72	80	80	100

Annexe 8 Grilles critériées du prétest et du posttest

Prétest

Critères	Indicateurs	Points attribués
Compréhension du problème	-L'élève identifie clairement les données importantes (coût des tickets, transport, apport des élèves, etc.)	/1,5
	- L'élève utilise une représentation claire (modèle par barres, liste, etc.) pour organiser les calculs.	/1,5
	- L'élève comprend que le reste des frais est pris en charge par l'école.	/1
L'utilisation correcte des concepts	- L'élève calcule correctement le coût total des tickets (8 x 16 EUR).	/2
	- L'élève calcule correctement le coût total du transport (180 EUR).	/2
	- L'élève calcule la contribution totale des élèves (30 x 6 EUR).	/2
	- L'élève déduit correctement la somme apportée par les élèves du coût total des sorties.	/2
	- L'élève effectue les soustractions nécessaires avec exactitude.	/2
La cohérence	- L'élève explique ses étapes de raisonnement de manière claire et logique.	/2
	- Les calculs sont présentés de façon ordonnée.	/2
Résultats et interprétation	- Le montant final à payer par l'école est correct et exprimé avec l'unité appropriée (EUR).	/2

Posttest

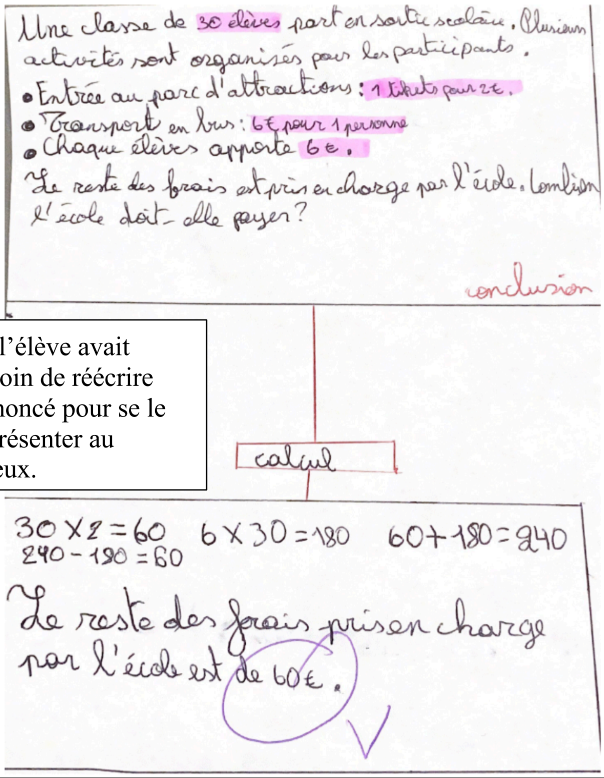
Critères	Indicateurs spécifiques	Points attribués
Compréhension du problème	- L'élève identifie clairement les données importantes liées aux points pour chaque type de réponse (F, P, B).	/2
	- L'élève utilise une représentation claire (modèle par barres, liste, etc.) pour organiser les calculs.	/2
	- L'élève applique les points aux réponses de Marienne en respectant les consignes. (par exemple : "Pour chaque F, j'ai soustrait 3 points…").	/1
Utilisation correcte des concepts	- Les calculs intermédiaires sont correctement effectués (addition et soustraction des points)	/3
	- Pour la question b), l'élève relie correctement la différence de 4 points pour calculer la cote de Martin.	2
	- La cote de Martin est calculée en ajoutant 4 points à celle de Marienne.	2
La Cohérence	- La présentation est claire et compréhensible.	/2
	- Les réponses finales sont justifiées par des étapes logiques et structurées.	/2
Résultats et interprétation	- La cote finale de Marienne est correcte et exprimée correctement.	/2
	-La cote finale de Martin est correcte et exprimée correctement.	/2

Indicateurs de l'heuristique « représenter le problème ».

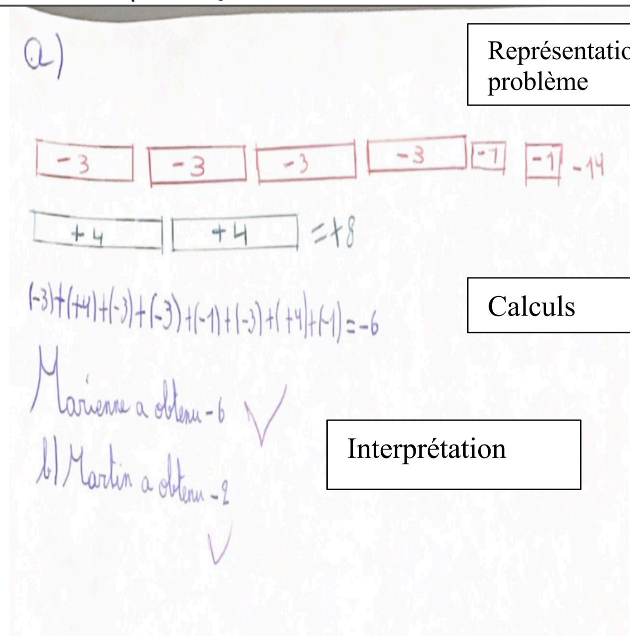
Annexe 9 *L'évolution des productions de deux élèves entre le prétest et le posttest*

Problème du prétest : Une classe de 30 élèves part en sortie scolaire. Plusieurs activités sont organisées pour les participants. • Entrée au parc d'attractions : 8 tickets pour 16 EUR. • Transport en bus : 180 EUR pour le groupe. • Chaque élève apporte 6 EUR. Le reste des frais est pris en charge par l'école. Combien l'école doit-elle payer ?	**Problème du posttest :** Le professeur Mathovore donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples comprenant huit questions. Voici sa manière de coter : . Réponse fausse (F) : - 3 points . Pas de réponse (P) : - 1 point . Bonne réponse (B) : + 4 points a) Calcule la cote de Marienne dont les résultats aux questions sont : F, B, F, F, P, F, B, P. b) Martin a obtenu une cote plus élevée que celle de Marienne de 4 points. Que vaut-elle ?
1 ticket = 16 : 8 = 2 € Frais de ticket = 30 · 8 = 240 € Frais de transport = 180 € Argent Élève = 6 · 30 = 180 € Plan + calculs 240 − 180 + 180 = 240 € L'école paye 240 € Interprétation	a) ① Modèle des barre F : $\boxed{-3}$ P : $\boxed{-1}$ B : $\boxed{+4}$ Représentation du problème : Modélisation pas barres ② Marienne a beaucoup de "P" et "F", je pense qu'elle sera dans le négatif ③ Chapitre des additions et soustractions des entiers. ④ (−3) + (+4) + (−3) + (−3) + (−1) + (−3) + (+4) + (−1) Estimation $\boxed{-3}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ = −14 $\boxed{+4}$ $\boxed{+4}$ = +8 (−14) + (+8) = −6 La Marienne a −6 Plan + calculs B) (−6) + (+4) = −2 $\boxed{-6}$ $\boxed{+4}$ Martin a −2 Interprétation

Problème du prétest :	**Problème du posttest :**
Une classe de 30 élèves part en sortie scolaire. Plusieurs activités sont organisées pour les participants. • Entrée au parc d'attractions : 8 tickets pour 16 EUR. • Transport en bus : 180 EUR pour le groupe. • Chaque élève apporte 6 EUR. Le reste des frais est pris en charge par l'école. Combien l'école doit-elle payer ?	Le professeur Mathovore donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples comprenant huit questions. Voici sa manière de coter : . Réponse fausse (F) : - 3 points . Pas de réponse (P) : - 1 point . Bonne réponse (B) : + 4 points a) Calcule la cote de Marienne dont les résultats aux questions sont : F, B, F, F, P, F, B, P. b) Martin a obtenu une cote plus élevée que celle de Marienne de 4 points. Que vaut-elle ?



Ici l'élève avait besoin de réécrire l'énoncé pour se le représenter au mieux.



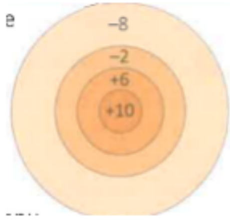
Représentation du problème

Calculs

Interprétation

Annexe 10 Problèmes 2, 3 et 4

<u>Problème 2</u> : cinq enfants lancent chacun trois fléchettes sur la cible représentée ci-contre. Toute fléchettes non plantée ou plantée à l'extérieur des trois premières zones donne -8 points. À la fin de la partie, les scores sont les suivants :



Louis : + 14 Victor : 0 Marie : - 24

Nicolas : + 4 Julie : +6

Pour chaque enfant, précise la manière dont le score a pu être obtenus.

<u>Problème 3</u> : Une boîte contient un nombre total N de billes, mais certaines billes ont été volées ! On sait que :

- Avant le vol, il y avait 50 billes rouges et 30 billes bleues.
- Après le vol, il reste 24 billes rouges et 10 billes bleues.
- Chaque bille volée rapporte +5 points au voleur, mais chaque bille laissée dans la boîte donne −2 points.

a) Détermine le score total du voleur après le vol.
b) Combien de billes le voleur a-t-il volées en tout ?

<u>Problème 4</u> : Lisa, Pauline, Julien et Tom participent à un jeu de société basé sur un questionnaire à choix multiples (QCM) de **8 questions**. Voici les règles du jeu :

- **Bonne réponse (B)** : Le joueur reçoit +4 points.
- **Mauvaise réponse (F)** : Le joueur perd −3 points.
- **Sans réponse (S)** : Le joueur perd −1point.

a) Calcule le score final de Lisa, sachant qu'elle a répondu de la manière suivante aux 8 questions : F,B,S,F,F,B,B,SF, B, S, F, F, B, B, SF,B,S,F,F,B,B,S.
b) Tom a obtenu un score total de −6. On sait qu'il a donné **deux fois plus de mauvaises réponses que de bonnes réponses**. Détermine combien de questions Tom a laissées sans réponse.