

L'enseignement et l'apprentissage des nombres décimaux

Article de synthèse de la recherche

Août 2010

Jacques Grégoire (Dir.), Christian Michaux (Dir.), Nicolas Rouche (Dir.,†), Lætitia Desmet, Philippe Skilbecq, Julie Fanuel, Sylviane Soille, Geoffrey Pliez (informaticien) et Mickael Randour (informaticien).

1. Introduction

Cet article expose une synthèse de la recherche intitulée « apprentissage et enseignement des nombres décimaux ». Celle-ci a été réalisée, de septembre 2007 à août 2010, par une équipe du Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques¹ en collaboration avec l'Unité de psychologie de l'éducation et du développement de la Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation de l'Université catholique de Louvain-la-Neuve².

Au cours de la première année de recherche, l'équipe s'est attachée à déterminer les représentations des élèves par rapport aux nombres décimaux (de la quatrième primaire à la deuxième secondaire), ainsi que les erreurs les plus fréquentes lors de tâches de comparaison, de densité, d'addition et de multiplication. Déterminer les obstacles, de types ontologique, didactique, épistémologique (Brousseau, 1998) à l'origine de ces erreurs a également été une des tâches de l'équipe de recherche.

À partir de ces travaux, les objectifs de la deuxième année ont été la mise au point d'activités pour améliorer les apprentissages initiaux en quatrième année primaire et l'élaboration de pratiques de remédiation (ou remédiation différée) auprès d'élèves de cinquième et sixième année de l'enseignement primaire en difficulté d'apprentissage. Il s'agissait aussi d'objectiver l'impact sur l'apprentissage des activités développées pour la quatrième année primaire. Dans ce but, un design expérimental a été mis en place, à savoir une comparaison entre des classes expérimentales suivant les activités et des classes témoins. Le développement d'un outil diagnostique informatisé, nommé *DECIVAL*, constituait également un objectif de la recherche.

Durant la troisième année de recherche, un des objectifs de l'équipe de recherche était de savoir si les différences observées entre les classes expérimentales et les classes témoins en fin de quatrième année primaire se maintenaient à plus long terme, soit en début de cinquième primaire. Ensuite, il s'agissait de savoir dans quelle mesure la séquence didactique développée pour l'apprentissage en quatrième primaire était reproductible et adaptable avec les élèves du premier degré du secondaire différencié. La version beta du logiciel *DECIVAL* devait également être proposée à des enseignants et à des élèves pour s'assurer que l'outil est bien adapté au terrain. Enfin, pour rendre ces trois années de recherche accessibles aux enseignants, des documents à leur destination devaient être rédigés.

¹ CREM asbl, 5 rue E. Vandervelde, 1400 Nivelles (www.crem.be).

² Unité PSED, 10 place du Cardinal Mercier, 1348 Louvain-la-Neuve.

2. Cadre de la recherche

2.1. Un état des lieux de l'enseignement des nombres décimaux en Communauté française de Belgique

L'enseignement des nombres décimaux en Communauté française de Belgique est assez peu balisé. Une grande liberté est laissée aux enseignants. Les programmes des quatre réseaux principaux proposent des cheminements qui sont parfois contradictoires. Cependant, de manière générale, il est proposé d'appuyer l'enseignement des nombres décimaux sur les mesures de grandeurs (longueur, capacité et masse).

Du côté des manuels, un constat semblable peut être énoncé. Dans la majeure partie, la « découverte » des nombres décimaux est réalisée à partir d'activités de mesure ou de manipulation de monnaie (euros). De même, contrairement à ce que l'on trouve dans certains manuels français, un parcours structuré autour d'un axe épistémologique explicitement défini n'apparaît pas.

L'analyse des pratiques de classe montre que l'enseignement des premières notions relatives aux nombres décimaux s'appuie généralement sur les mesures de longueur. Cet enseignement se limite généralement dans un premier temps à l'utilisation de situations où seuls des nombres limités au dixième sont rencontrés. Dans un deuxième temps, lorsque les élèves semblent maîtriser les nombres limités au dixième, l'approche des nombres limités au centième est engagée. Ensuite viendront les nombres limités au millième...

2.2. Un cadre épistémologique

Notre recherche s'appuie sur un cadre épistémologique que Nicolas Rouche n'a eu le temps de définir et rédiger de manière satisfaisante selon lui. Il y insiste notamment sur l'importance des mesures et sur leur fractionnement. Ce point de vue était déjà exprimé précédemment : « les mesures décimales nous conduiront aux fractions décimales et aux nombres décimaux à virgule, et aux contextes dans lesquels on les dote d'un ordre, d'une somme et d'un produit » (Rouche, N., 1992). Ce lien entre les nombres décimaux, les grandeurs et les opérations est aussi mis en évidence par R. Douady (1980) lorsqu'elle annonce que : « dans l'enrichissement de \mathbb{N} vers \mathbb{D} [...], « on marche sur 2 pieds » : l'acquisition de nouveaux nombres et l'extension des opérations. Cette extension est motivée par le fait qu'elle traduit des opérations sur des longueurs ou des aires. »

Notre position de recherche a été fortement influencée par cet ancrage dans les grandeurs. Toutefois, les travaux précédents du CREM et particulièrement ceux réalisés à partir du logiciel Apprenti géomètre ont montré combien le travail sur les grandeurs (longueur et aire) était long et complexe. Nous pensons particulièrement à la compréhension du système décimal de mesure et à son utilisation dans le cadre de la résolution de problèmes ancrés dans le contexte des mesures. Ainsi, nous partageons l'avis de R. Douady (1980) lorsqu'elle dit : « Pour que la correspondance « grandeur-nombre » soit efficace, il faudra que toute grandeur – ici longueur ou aire – soit mesurable en une unité fixe. Il faudra qu'à toute opération sur les grandeurs corresponde une opération sur les nombres qui les mesurent de manière à pouvoir transformer un problème physique en un problème mathématique. Il restera à résoudre le problème mathématique et à interpréter physiquement le résultat ». De manière générale, notre proposition de parcours didactique respecte cet énoncé.

Au-delà, nous sommes conscients que les nombres décimaux doivent aussi être pensés comme un autre système d'écriture des nombres rationnels et que des liens importants existent avec les fractions décimales et les fractions ordinaires. Mais notre axe de travail principal, dans un premier temps, consiste à situer les nombres décimaux dans le système décimal de position, de telle sorte que nous

situons l'ensemble des nombres décimaux dans le processus de généralisation des nombres, des nombres naturels vers les nombres réels.

2.3. De l'influence des grandeurs

Nous venons d'énoncer notre choix relatif au contexte des mesures pour rencontrer les nombres décimaux. Toutefois, nous sommes conscients que la maîtrise des mesures décimales de longueur n'est pas chose aisée pour les élèves. Et, tout comme pour les nombres naturels, les connaissances (ou représentations) des élèves sur les mesures de longueur ou d'aire peuvent influencer la construction des connaissances sur les nombres décimaux. Expliquons-nous à l'aide d'un exemple vécu en classe avec des élèves de 4^e année.

Suite à un travail la mesure d'aire de différents carrés et la longueur de leurs côtés, il est proposé aux élèves de représenter un carré dont l'aire est de 8 cm² et dont les côtés mesurent 2,82 cm. Un débat s'instaure dans la classe au sujet de la possibilité de tracer des segments de 2,82 cm. Certains élèves n'ont pas d'avis, une élève dit que cela est possible, une autre dit que l'on ne sait pas dessiner le dernier 2 (Elève 1). Un autre élève (que nous nommerons Gaspard) affirme qu'il peut dessiner une ligne de 2,82cm. Une partie de l'abaque des mesures de longueur (figure 1) est tracé au tableau à la demande des élèves

Elève 1 – « Et le 2 on ne sait pas le mettre! »

Gaspard – « Si, moi je dis que si! »

Enseignant – « Comment ? »

Gaspard – « Parce que c'est 80 cm... c'est 80 mm. Donc ça me fait... ça me fait 10 cm et le 2 on le met dans les millimètres. »

Elève 2 – « Donc pour toi c'est 10,2 cm! »

Gaspard – « Oui. »

Fig. 1 – Abaque des mesures de longueur

dam	m	dm	cm	mm
			2	82
		1	0	2

Tentons de comprendre ce qui se passe dans la tête de Gaspard après interview de celui-ci.

À partir des activités d'enseignement des mesures de longueur et des outils proposés par les différents programmes d'enseignement, cet élève a bien étudié et compris les rapports décimaux entre les unités de mesure successives. Il a également bien assimilé l'ensemble des unités de mesure de longueur allant du millimètre au kilomètre. De telle sorte qu'en l'état de ses connaissances, il ne puisse admettre qu'il existe d'autres unités de mesure, plus petites que le millimètre ou plus grandes que le kilomètre. Ainsi, lorsqu'on lui demande de tracer une ligne de 2,82 centimètres, il place cette mesure dans son abaque avec la technique appropriée, en tout cas celle pratiquée dans la classe : d'abord placer l'unité principale, en l'occurrence le centimètre, et ensuite placer les autres chiffres dans les autres colonnes. Bien sûr, apparaît alors une difficulté : la technique impose qu'un seul chiffre ne soit noté dans une colonne. Or, il reste deux chiffres à noter : 8 et 2, respectivement aux rangs des millimètres et des

dixièmes de millimètre. Cette règle entre en conflit avec ce qu'il sait des mesures de longueur : du millimètre au kilomètre. Comme nous l'avons précisé, il n'existe donc pas d'unité de mesure plus petite que le millimètre pour cet élève. Comment résoudre cette situation de conflit ? Comment malgré tout « utiliser » les deux chiffres alors qu'il n'y a qu'une seule « place » disponible ? Ce que nous en comprenons, c'est que l'élève fait le « choix » d'indiquer les deux chiffres dans la colonne des millimètres et qu'ensuite il traduit les 82 millimètres en 8 centimètres et 2 millimètres selon une technique bien rodée.

Par la suite, les 8 centimètres sont ajoutés aux 2 déjà présents dans la colonne des centimètres, ce qui donne 10 centimètres et 2 millimètres.

Bien sûr, nous pouvons considérer cet événement comme anecdotique puisqu'il n'est relaté que par un élève sur les 18 de la classe. Cependant, nous pouvons nous interroger à propos du comportement des 15 autres élèves qui n'avaient pas d'avis, ainsi que sur celui de l'élève qui a dit clairement qu'il était impossible de tracer une ligne de 2,82 cm.

Ainsi, il semble qu'il existe un « écart » entre les connaissances actuelles de ces élèves sur les mesures décimales de longueur et les connaissances actuelles de ces mêmes élèves sur les nombres décimaux (système décimal de position). Connaissances qui sont bien sûr liées aux situations qu'ils ont pu rencontrer jusqu'à présent.

Ces constatations ont également été confirmées par une expérience que nous avons menée, mais qui n'est pas encore publiée à l'heure actuelle. Celle-ci s'appuyait sur une enquête réalisée auprès d'enseignants chargés d'enseigner les nombres décimaux. La majorité de ces enseignants est d'accord pour dire que l'arrivée de l'euro facilite l'enseignement et l'apprentissage des nombres décimaux, de même que la majorité est d'accord avec l'affirmation « Les élèves comprennent plus vite les nombres décimaux grâce à l'euro ».

Nous avons proposé à des élèves de la 4^e primaire à la première secondaire des tâches de comparaison, de densité ou d'addition relatives aux nombres décimaux, utilisant ou n'utilisant pas les euros. D'une manière générale, nous pouvons dire que l'utilisation de l'euro a une influence, parfois positive, parfois négative et parfois nulle sur les résultats des élèves, selon les types de tâches. Ces constats doivent encore être modulés et confirmés car à l'intérieur des types de tâches, selon les tâches, selon les années d'étude, l'influence de l'euro est différente. Par exemple, pour une tâche d'addition du type « $1,12 + 2,35$ », le recours à l'euro semble faciliter le travail des élèves, les taux de réussite sont significativement meilleurs. Par contre, pour une tâche d'addition du type « $1,5 + 2,7$ », les résultats avec l'usage de l'euro sont significativement moins bons. Il semble que, comme pour Gaspard avec les unités de longueur, ce soit le contexte de la monnaie qui ait pris le dessus sur les connaissances des élèves.

Dans le cas de « $1,5\text{€} + 2,7\text{€}$ », une « traduction » de la situation concrète et informelle (addition d'euros) vers la situation « mathématique » formelle (addition de nombres) est nécessaire car il n'existe pas de dixième d'euro matérialisé par une unité traduite en mot ou en pièce. Seuls les centièmes d'euro possèdent une traduction en mot (centime ou cent) et en pièces (1, 2, 5, 10, 20 et 50 centimes d'euro). Or, ce que l'on constate c'est que les élèves considèrent les dixièmes (nombres) comme des centimes d'euros et proposent alors 3,12 au calcul cité ci-dessus. Ce ne sont pas nécessairement les connaissances des élèves sur les nombres qui sont en cause, mais leur capacité à traduire une situation informelle et à la mettre en relation avec la situation mathématique correspondante. En conclusion, il nous a semblé que pour une rencontre avec les nombres décimaux, l'ancrage dans le contexte des mesures était intéressant. Toutefois, il nous est apparu nécessaire de

proposer un contexte où des conversions de mesures ne soient ni nécessaires ni possibles. Un contexte où, comme l'annonçait R. Douady (1982), chaque longueur « soit mesurable en une unité fixe ».

2.4. Des difficultés d'élèves

Outre l'influence que peuvent avoir les grandeurs sur l'apprentissage des nombres décimaux, certaines connaissances des élèves sur les nombres naturels sont aussi des freins à la compréhension des situations et à l'extension de l'ensemble des nombres aux nombres décimaux.

De nombreux obstacles à l'apprentissage des nombres décimaux ont été mis en évidence, les connaissances antérieures sur les nombres naturels et les représentations sur les opérations en font partie. Ces difficultés conduisent souvent les élèves à produire des réponses erronées. Nous énonçons ci-dessous quelques exemples :

- le nombre le plus long est le plus grand,
- les zéros à gauche ne comptent pas,
- quand on multiplie, le résultat est plus grand que les deux nombres multipliés,
- un nombre décimal est la juxtaposition de deux nombres entiers,
- ...
-

L'objectif des activités que nous proposons n'est pas d'éviter les erreurs chez élèves, mais de leur permettre de modifier leurs conceptions, de surmonter les obstacles qu'elles constituent. Ainsi, comme l'indique G. Brousseau (1980), « si on fait réellement fonctionner la pensée mathématique-créatrice des élèves, il faut aussi accepter que des conceptions transitoires éventuellement fausses se créent chez eux. Comment peut-on provoquer leur rejet ou leur abandon? »

3. Une approche de l'enseignement des nombres Décimaux

3.1. Une position audacieuse

Dans la première partie de cet article, nous avons exposé quelques arguments qui nous ont servi à mettre au point le parcours de travail avec les élèves. Pour une bonne part, celui-ci est inspiré des travaux réalisés par Régine Douady. Nous sommes conscients que ce parcours est audacieux. Rencontrer les nombres décimaux à partir d'une situation de mesure, qui fait appel aux nouvelles technologies, aux nombres réels, à la notion d'aire... n'est pas commun. Ni pour les enseignants, ni pour les élèves.

Mais, n'est-ce pas aussi le rôle de la recherche que de proposer des parcours différents, intégrateurs de différentes notions, de différents contextes mathématiques et de différents outils, qui permettent *in fine* de donner plus de sens aux mathématiques ? Et pour les élèves, comme s'interroge G. Vergnaud (2000) à la suite des travaux de L. Vygotsky, est-il toujours nécessaire d'avancer par micros-objectifs, de proche en proche comme nous le constatons dans les classes, en tout cas en ce qui concerne l'enseignement des nombres décimaux ?

Dans cette situation particulière, où les représentations des élèves constituent des obstacles forts à la construction de nouvelles connaissances, il apparaît que « les petits pas le permettent rarement. Il faut donc parfois mettre l'élève dans des situations qui sont relativement éloignées de ses compétences et de ses conceptions, de manière à le déstabiliser et à créer les conditions d'une prise de conscience, nécessaire à sa transformation et à son évolution ». Notre proposition est ainsi de confronter explicitement les représentations des élèves aux nouveaux apprentissages à réaliser.

Pour compléter, nous dirons que nous nous situons dans le cadre d'un changement conceptuel (e.a., Stafylidou & Vosniadou, 2004) selon lequel le processus d'acquisition de connaissances n'est pas toujours un processus d'enrichissement des structures conceptuelles existantes mais est parfois, une réorganisation radicale de ce qui est déjà connu.

3.2. Une proposition de parcours

Notre proposition est de rencontrer les nombres décimaux à partir d'un contexte de mesure d'aire de carrés. Cette forme est assez naturelle pour les élèves de 4^e primaire. Pour rencontrer la condition de non conversion de mesure, nous utilisons un logiciel de géométrie dynamique *APPRENTI GÉOMÈTRE*, conçu au CREM et diffusé gratuitement dans les écoles primaires en Communauté française depuis 2003. Cet outil permet de manipuler des figures (*découper* et *fusionner* entre autres) mais ne permet pas de les mesurer au sens classique du terme, c'est-à-dire d'exprimer cette mesure en centimètres ou autres unités. Un travail dans le contexte géométrique est ainsi préliminaire au travail sur les nombres décimaux.

Au cours des apprentissages, ce recours au contexte géométrique sera souvent nécessaire et bénéfique



pour certains élèves. Le travail sur les aires de carrés va progressivement amener une situation qui a pour objet de mettre en évidence la nécessité de nouveaux nombres. En effet, les nombres naturels ne permettront plus de résoudre les problèmes posés. L'utilisation de la calculatrice permettra aux élèves de

résoudre des opérations qu'ils seraient incapables d'effectuer eux-mêmes. Cet outil oblige également à traiter, sur le plan du langage d'abord, sur un plan mathématique par la suite, des traductions entre fractions et nombres décimaux.

Le passage régulier entre les cadres géométriques et numériques et les liens qui sont mis en évidence entre ceux-ci permettent de donner plus de sens à certains apprentissages. La représentation des aires et des longueurs permet de construire progressivement la droite numérique (droite graduée classique) en rencontrant dans l'action les différentes caractéristiques de celle-ci ; caractéristiques qui posent souvent problème aux élèves car non rencontrées explicitement en classe : origine, inclusion et ponctuation.

Ce travail de représentation des longueurs permet aussi, par le biais des fractionnements (opération sur les longueurs), de mettre en évidence les liens entre les fractions et les nombres décimaux. Dans un deuxième temps, ces liens seront également mis en évidence grâce à des opérations sur les nombres. Des cas d'égalité entre fractions et nombres décimaux sont construits à partir de ces deux contextes. Pour les fractions, ce travail s'inscrit dans la perspective de la construction de la fraction comme opérateur, comme « fraction-division » et comme nombre. L'objectif final est de montrer que fraction et nombre décimal sont deux écritures d'un même nombre.

D'autres activités sont conçues dans la continuité des premières et ont pour objet de généraliser le système décimal de position. D'autres encore ont pour objet de confronter les connaissances construites sur les nombres décimaux aux connaissances du système décimal de mesure. L'activité de dessin d'une longueur de 2,82 cm énoncée à la section 2.4 est une de celles-là.

3.3. Un design expérimental et les premiers constats

Pour expérimenter notre dispositif et vérifier tant l'apport de celui-ci au niveau des élèves, que la praticabilité dans la classe et sa prise en main par les enseignants, nous avons constitué un groupe de 9 classes, 4 expérimentales et 5 témoins. Les activités dans les classes expérimentales sont celles mises au point par l'équipe de recherche et sont prises en main par les enseignants après un encadrement de ceux-ci. Les activités dans les classes témoins sont laissées au choix des enseignants qui ne reçoivent aucune information concernant les activités proposées dans les autres classes. Les activités se sont déroulées de janvier à avril 2009.

Les premiers constats que nous avons pu effectuer montrent clairement que l'activité principale qui confronte les élèves aux nouvelles connaissances à construire les étonne fortement. Sans aucun doute, ils ont tous compris que de nouveaux nombres étaient nécessaires et que ceux-ci remettaient en cause ce qu'ils savaient jusqu'à alors. Cependant, ce constat ne les décourage pas, au contraire. Plusieurs enseignants nous ont dit que des élèves avaient poursuivi leurs recherches à la maison avec leurs parents ou grands-parents.

De manière plus générale, selon les enseignants, le travail de mise en correspondance des contextes numériques et géométriques a permis aux élèves de donner plus de sens aux apprentissages. Certains élèves se sont étonnés à plusieurs reprises : « Mais alors tout se tient, ce qui est là est aussi ici ! ».

Plus concrètement encore, les élèves des classes expérimentales de quatrième primaire ont montré des performances supérieures à celles des élèves des classes témoins en ce qui concerne des tâches de comparaison de décimaux et des tâches mettent en œuvre la propriété de densité de ces nombres, ce qui témoigne d'une compréhension plus aboutie de l'extension du système décimal de position aux nombres décimaux. Ces différences se sont maintenues à plus long terme, c'est-à-dire en début de cinquième primaire, ce qui est un indice supplémentaire d'une meilleure compréhension des nombres décimaux.

4. Des outils à destination des enseignants

Dans le cadre de la recherche, une série de documents ainsi qu'un logiciel d'évaluation diagnostique à destination des enseignants ont été mis au point.

4.1. Enseigner et apprendre les décimaux – document à destination des enseignants

Ce document a pour objectif d'encadrer l'enseignant dans le processus d'enseignement des nombres décimaux. Il est divisé en différents fascicules afin de faciliter son utilisation par les enseignants des différents niveaux concernés.

Le premier fascicule est principalement destiné aux enseignants de quatrième primaire. Il présente une séquence d'activités ayant pour objectif la découverte de ces nombres. Le deuxième fascicule propose aux enseignants de cinquième et sixième primaire différents parcours de remédiation à mettre en œuvre avec des élèves en difficulté. Un troisième fascicule, destiné plus particulièrement aux enseignants du premier degré de l'enseignement secondaire différencié, présente une série d'activité ciblant plus particulièrement le système décimal de position et les difficultés de l'euro. Enfin, un guide d'utilisation du logiciel *DECIVAL* est également disponible.

4.2. *DECIVAL* – Un outil d'évaluation diagnostique pour les décimaux

Le logiciel *DECIVAL* est un outil informatisé d'évaluation diagnostique permettant de mettre en évidence la manière avec laquelle les élèves traitent des tâches relatives aux nombres décimaux. Il a été conçu dans la perspective des priorités du *Contrat pour l'école*, qui sont la maîtrise des compétences de base (priorité 2), la préparation des enseignants à la détection des difficultés et à la remédiation (priorité 5) ainsi que la mise à disposition d'outils pédagogique (priorité 6).

Il est accompagné d'un guide utilisateur décrivant l'utilisation de l'outil, les critères de construction des tests et d'interprétation des résultats, et apportant surtout à l'enseignant une aide pour comprendre et gérer les informations fournies par le logiciel. Il a été développé principalement pour les élèves des trois dernières années de l'enseignement primaire et des deux premières années du secondaire. Cependant, ce logiciel peut également être utilisé avec toute personne confrontée à l'apprentissage des nombres décimaux et à ses difficultés que ce soit un enfant, un adolescent voir même un adulte.

L'objectif de *DECIVAL* est d'évaluer les connaissances des élèves sur les nombres décimaux tout en déchargeant l'enseignant des tâches couteuses en temps telles que la création des tests, la correction de nombreuses copies, l'encodage des réponses et l'analyse des résultats.

DECIVAL propose des tâches relatives à :

- la comparaison de deux nombres décimaux (l'ordre),
- l'addition de deux nombres décimaux,
- la soustraction de deux nombres décimaux,
- la multiplication de deux nombres décimaux,

Pour des raisons liées au temps imparti à la recherche, les notions comme la division et la densité ainsi que les liens entre les nombres décimaux et les fractions décimales ou la représentation de ces nombres ne sont pas évalués par le logiciel. Néanmoins, ces aspects ne seront pas à négliger par l'enseignant dans le cadre de la remédiation.

Au terme de chaque test, *DECIVAL* fournit un rapport à destination des enseignants. Celui-ci contient une analyse des résultats et des informations sur les erreurs de l'élève, notamment son profil et des exemples de réponses correspondant majoritairement à celui-ci. En effet, pour chaque type de tâche (comparaison, opérations) les items ont été choisis afin de mettre en évidence les différentes conceptions sur les décimaux qui peuvent être observées auprès des élèves. Ces conceptions implémentées dans le logiciel sont basées sur les résultats de différentes études réalisées préalablement par l'équipe de recherche.

Enfin, il est encore important de noter qu'un certain nombre de précautions ont été prises lors de la conception de *DECIVAL* afin que son utilisation ne modifie pas le comportement de l'élève. En effet, une modification de celui-ci conduirait à une différence entre les résultats que l'élève obtiendrait avec *DECIVAL* et ceux qu'il obtiendrait avec un test similaire sous format papier-crayon. A cette fin, des fonctions comme la possibilité de pouvoir passer des items ou de pouvoir revenir en arrière pour se corriger ont été implémentées.

DECIVAL a été développé à partir d'une méthodologie de conception d'environnement d'apprentissage multimédia basée sur le principe du *design incrémental*³. Cette méthodologie a été adaptée à l'outil diagnostique développé. Son élaboration a donc suivi un certain nombre d'étape: (1) étude préalable sur les nombres décimaux, (2) analyse et structuration des items sur base des études réalisées dans les classes, (3) conception d'un prototype de l'outil d'évaluation diagnostique, (4) évaluation du prototype auprès d'un groupe d'enseignants et d'un groupe d'élèves, (5) à partir de l'analyse de ces évaluations, mise au point définitive de *DECIVAL*.

Enfin, un forum destiné aux utilisateurs de *DECIVAL* a été mis en place. Il est accessible sur le site du CREM à l'adresse : http://www.crem.be/forum_decival.

5. Conclusion

Nos résultats tendent à confirmer notre hypothèse de départ, à savoir que confronter les représentations des élèves, dès le début de l'apprentissage, aux nouveaux savoirs dans une perspective de généralisation des nombres et des opérations, à partir d'un contexte particulier de mesure, permet à ces élèves de mieux prendre en charge des tâches complexes telles que la densité des nombres décimaux et la compréhension des rôles du « zéro ». De plus, nos résultats indiquent également que ces bénéfices se maintiennent à plus long terme, en cinquième primaire.

³ Depover et al.(id.). *Méthodologie de conception des environnements d'apprentissage multimédia*. Consulté sur le site internet : <http://ute2.umh.ac.be/uticef/master/2006/m351/>

Selon les enseignants, ces apprentissages semblent aussi plus mobilisables dans d'autres situations telles que le calcul écrit. Par contre, ils reconnaissent qu'au départ, ils étaient assez sceptiques sur le parcours proposé, liant géométrie et nombres. Au terme des activités, ils reconnaissent que, moyennant certains ajustements selon les classes, les activités permettent aux élèves d'agir, de réfléchir, de débattre... de construire des savoirs. Nous sommes cependant conscients que ce qui pose le plus de soucis, c'est la prise en main des activités par les enseignants. Ces difficultés renvoient notamment à leurs formations, initiale et continue.

DECIVAL, l'outil informatisé d'évaluation diagnostique, s'est avéré facile à utiliser par les élèves. Le rapport qu'il fournit à destination des enseignants a également été apprécié par les enseignants qui ont pu tester la version beta du logiciel.

Références bibliographiques

Brousseau, G. [1980]. Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherche en Didactique des Mathématiques*. 1.1. 11-58.

Brousseau, G. [1998]. La théorie des situations didactiques. Grenoble : La pensée sauvage.

Butlen, D. [2007]. *Le calcul mental, entre sens et technique*. Presses Universitaires de Franche-Comté.

Douady, R. [1980]. Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire. *Recherche en Didactique des Mathématiques*. 1.1. 77-110.

Rouche, N. [1992]. *Le sens de la mesure*. Bruxelles : Didier Hatier.

Vergnaud, G. [2000]. *Lev Vygotski. Pédagogue et penseur de notre temps*. Paris : Hachette Éducation.

Stafylidou, S. et Vosniadou, S. [2004]. The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*. 14. p. 503–518.