

REPRÉSENTATIONS EN PERSPECTIVE

1 Cache-cache avec les solides

De quoi s'agit-il ?

On propose une suite d'activités qui s'enchaînent. Dans la première, les élèves découvrent quelques solides au moyen du toucher uniquement ; dans la deuxième, on prend connaissance de solides construits en tiges grâce à leurs ombres. Au cours de la troisième et dernière activité, les élèves dessinent des solides en tiges.

Enjeux

L'objectif général est d'amener les élèves à se constituer des images mentales des solides. Pour ce faire, on a recours à des perceptions partielles (tactiles et visuelles) qui incitent à l'observation, la déduction et le recours à des connaissances antérieures.

Au cours des activités, les objectifs suivants sont également rencontrés :

- Renforcer par différentes perceptions les notions d'angle, de parallélisme, de formes de faces. . .
- Affiner le langage géométrique à propos des solides et des figures par la communication de leurs caractéristiques en vue de les reconnaître, de les comparer, de les différencier. Énoncer des critères pour classer les solides et essayer de les définir.
- Découvrir qu'une ombre peut représenter plusieurs solides et qu'il faut être prudent dans l'interprétation des ombres.
- Faire le lien entre l'ombre d'un solide en tiges, celle d'un solide plein de la même famille, et ses représentations planes selon différents points de vue.
- Découvrir les variations de forme des ombres et les moyens de les obtenir.

Compétences. - *Se situer et situer des objets. Reconnaître, comparer des solides et des figures, les différencier et les classer. Construire des figures et des solides simples avec du matériel varié. Tracer des figures simples. Associer un solide à sa représentation dans le plan et réciproquement. Construire un parallélépipède en perspective cavalière. Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.*

De quoi a-t-on besoin ?

Des solides en bois, par exemple : un cube, un parallélépipède rectangle et un parallélépipède non rectangle, des prismes à base triangulaire, carrée, trapézoïdale, hexagonale et octogonale, des pyramides à base triangulaire et carrée, des pyramides tronquées à base triangulaire et carrée, un cylindre, un cône et un cône tronqué, une sphère et une demi-sphère.

Des sacs (autant que de solides) pour cacher les solides et les palper à l'intérieur du sac.

Du matériel pour construire des solides en tiges. Ceux-ci doivent être assez grands pour pouvoir être manipulés derrière le drap, sans que l'ombre de la main empiète trop sur celle de l'objet.

Un rétroprojecteur ou une lampe assez puissante, et un drap qui servira d'écran par transparence.

Des dessins en perspective de solides pleins (fiches 21 à 23, pages 221–223) et de solides en tiges (fiche 24 à la page 224).

1.1 Découvrir un solide dans un sac

Comment s'y prendre ?

La classe est partagée en plusieurs groupes. Chaque groupe reçoit un sac dans lequel un des solides mentionnés ci-dessus est caché. Les élèves le palpent à deux mains à l'intérieur du sac, sans le regarder. Ils échangent leurs impressions avec les autres membres du groupe et cherchent à le caractériser assez précisément.

Ensuite, tour à tour, chaque groupe s'adresse au reste de la classe. Les enfants du groupe prennent successivement la parole pour décrire le solide sans le nommer. Les autres élèves de la classe doivent le reconnaître et le nommer. S'ils n'en connaissent pas le nom, ils essaient de l'associer à un solide connu apparenté ou à un objet courant. Par exemple, « on dirait une boîte avec un fond et un couvercle triangulaire, on dirait une pyramide sans pointe », etc. On sort alors le solide du sac et l'on vérifie les informations qui ont été données. L'enseignant résume les caractéristiques énoncées par les élèves.

Chaque fois qu'un groupe s'est exprimé et que l'on a sorti le solide du sac, un enfant vient le placer sur une table devant la classe. Il s'agit, au fur et à mesure, de les classer selon des critères choisis et expliqués par les élèves eux-mêmes. Ils vont exprimer des ressemblances et des différences entre des solides en vue de les classer. Ces comparaisons les amènent à employer un langage plus précis, applicable à tous les solides.

Enfin, lorsque tous les groupes ont placé leurs solides devant la classe, on recommence toute l'activité avec d'autres sacs distribués par l'enseignant. On peut ainsi faire le tour plusieurs fois, jusqu'à ce que le lot de solides soit épuisé.

Échos d'une classe

Les élèves se sont exprimés de façon très variée à propos des solides. Certains se sont attachés au comptage des faces et à leur forme, d'autres au comptage des arêtes, qui s'est avéré difficile lorsqu'on est privé de la vue. Certains ont relevé les caractéristiques morphologiques de l'objet en termes

de faces plates ou arrondies, solides pointus, faces parallèles, etc. À propos du parallélisme, ils ont fait le geste des deux mains parallèles ou évoqué le plafond et le sol sans dire le mot « parallèle ». Les élèves qui ne connaissaient pas précisément les termes « face », « arête » et « sommet », ont parlé de « côté », « bord » et « coin ». Ils se sont pourtant fait comprendre par les autres. En règle générale, un vocabulaire imagé et pas spécifiquement géométrique a été largement employé. Chaque fois, l'enseignant a résumé les caractéristiques des solides avec un langage géométrique approprié et a incité les élèves à s'en servir, dans le but d'arriver à un langage commun à tous.

Les élèves n'ont pas pu nommer certains solides. Ils les ont associés à des objets courants qui semblaient correspondre à la description qui était faite de chacun d'eux. Ce fut le cas des prismes, inconnus dans la classe. Dans ce cas, lorsque le premier prisme à base triangulaire est apparu, l'enseignant a demandé d'énoncer les caractéristiques de ce solide. En résumé, les élèves ont répondu : « le solide a trois faces rectangulaires et deux triangulaires ; les triangles sont les mêmes (allusion à la forme), ils ont la même grandeur et ils sont parallèles ». L'enseignant a alors donné le nom du solide : « prisme à base triangulaire »¹. Lorsque le prisme à base trapézoïdale est apparu, les élèves, après l'avoir décrit, ont fait le rapprochement avec l'autre prisme, et l'ont appelé « prisme trapèze ». Les caractéristiques qui permettent d'en faire un prisme ont une nouvelle fois été mises en évidence par l'enseignant. Les autres solides de cette famille ont pu être nommés plus facilement, y compris les parallélépipèdes rectangles et non rectangles apparentés aux prismes.

1.2 Les ombres de solides en tiges

Comment s'y prendre ?

L'idée générale est de soustraire l'objet réel du regard des élèves et de concentrer leur attention sur son ombre. Tout au long de l'activité, la question centrale est :

Quel pourrait-être le solide qui donne une telle ombre ? Cette ombre est-elle celle d'un seul solide ?

La construction de solides en tiges. – On commence donc par faire construire des solides en tiges aux élèves. Pour cela, la classe est partagée en groupes de quatre élèves. Chaque groupe va chercher quatre solides dans le lot complet de solides en bois. Ce sont ces solides que le groupe devra reproduire en tiges². Les élèves se répartissent ensuite le travail et réalisent les constructions en tiges selon la technique choisie. Ils doivent veiller à ce

¹ L'enseignant a nommé un objet et a défini la famille à laquelle il appartenait, puis les élèves ont distingué les solides qui correspondaient à cette définition. Une autre possibilité consiste à accepter pendant un temps les dénominations familières des objets, à attendre d'en avoir assez pour pouvoir faire des comparaisons significatives, et seulement alors à cerner les familles, en les définissant et leur donnant un nom.

² On peut profiter de l'occasion pour relever des mesures sur les solides et travailler à l'échelle.

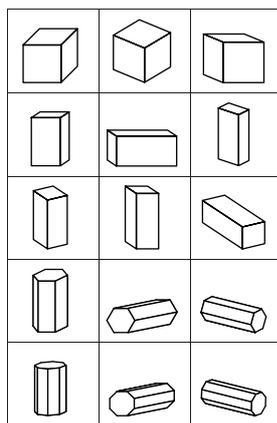
qu'elles soient assez solides pour être manipulées derrière le drap afin d'en projeter les ombres.

Les projections des solides en tiges. – Un drap est tendu devant les élèves. On prévoit assez de place derrière pour y mettre le rétro-projecteur et les solides en tiges. Cette disposition permet de réaliser une projection de type « ombre chinoise ».

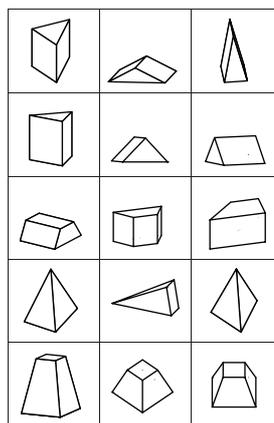
L'enseignant rassemble les solides en tiges et les cache derrière le drap pour que la classe ne voie pas celui que l'on mettra devant la lampe. Il envoie les élèves à tour de rôle derrière le drap. La consigne est de choisir un solide sans le nommer, de le placer entre la source lumineuse et le drap de manière à faire apparaître une ombre. L'élève qui manipule le solide change lentement la position de celui-ci pour faire apparaître diverses représentations. Il voit également l'ombre projetée sur le drap juste devant lui. Il peut donc voir le résultat de ses mouvements sur l'ombre, de la même manière que le reste de la classe de l'autre côté du drap. Le but est que la classe devine le solide qui pourrait donner cette ombre. Il n'y a pas de réponse unique et il faut le dire aux élèves. Une même ombre peut être celle d'objets différents. Néanmoins, comme le lot de solides est connu des élèves, ils savent d'emblée de quels solides on parle et ne cherchent pas à s'en éloigner. On veille à ce qu'ils formulent leur réponse en disant par exemple : « cette ombre *peut* être celle d'un cube ».

Voici deux variantes. Une manière d'identifier les ombres consiste à montrer, parmi le lot de solides en bois, celui qui s'apparente le plus à l'ombre. Une autre manière est d'indiquer, parmi un ensemble de dessins en perspective parallèle affichés au tableau, ceux qui ressemblent le plus à l'ombre. Ce sont des dessins de solides pleins et de solides en tiges (fiches 21 à 23).

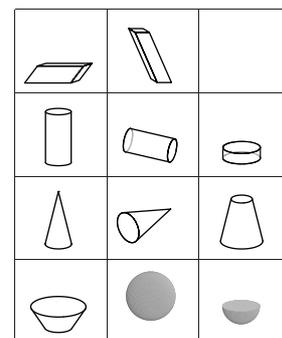
Fiche 21 (page 221)



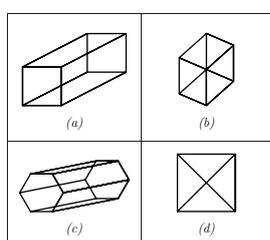
Fiche 22 (page 222)



Fiche 23 (page 223)



Fiche 24 (page 224)



Enfin, l'enseignant demande de faire apparaître une ombre qui ressemble à un dessin qu'il a désigné (fiche 24). Par exemple, il choisit le dessin (b) de la fiche 24 et donne la consigne suivante : « Voici le dessin d'un cube ; qui peut faire apparaître une ombre la plus ressemblante possible ? », ou encore « Voici le dessin d'un parallélépipède rectangle... » Pour le dessin

(*d*), la consigne peut être « Voici le dessin d'une pyramide à base carrée, essayez de faire apparaître une telle ombre » ou encore « Voici le dessin d'un tétraèdre régulier... »

C'est l'occasion d'expérimenter concrètement que plusieurs objets peuvent avoir la même ombre. Deux élèves vont derrière le drap, l'un avec un cube et l'autre avec un parallélépipède rectangle pour faire apparaître une ombre, ressemblant au dessin (*d*). La classe peut guider oralement les manipulations.

Échos d'une classe

Pour la construction des solides en tiges, les élèves ont utilisé des pailles. Ils ont d'abord construit les faces une par une en emboîtant les pailles (une paille un peu comprimée glissée dans une autre). Puis, ils ont assemblé les faces à l'aide de papier collant pour obtenir le solide. Par ce procédé, ils ont obtenu des arêtes doubles, puisque deux pailles appartenant à des faces distinctes étaient chaque fois liées, mais cela n'a pas gêné la vue d'ensemble. Les solides étaient assez grands (environ 15 cm d'arête) et les élèves n'ont pas été embarrassés par l'ombre de leurs mains. Les solides en tiges n'étant pas parfaitement rigides, il a fallu veiller à maintenir les angles droits.

Les élèves ont souvent été capables de nommer le solide caché en voyant son ombre. Pour le reconnaître, ils ont été attentifs à la disposition des faces et à leur forme. C'est ainsi qu'il leur a été plus facile de nommer un solide lorsque son ombre montrait une face en vraie grandeur. Ils ont eu quelques surprises, par exemple lors de la projection d'un parallélépipède non rectangle, qu'ils ont pris pour un parallélépipède rectangle. Associer les ombres aux dessins en perspective de solides pleins n'a pas posé de difficulté majeure. Les élèves ont montré plusieurs dessins de solides dans des positions différentes pour une ombre donnée. Dans ce cas, ils ont apparenté l'ombre aux autres solides de la même famille, sans tenir compte des proportions variées.

Les dessins de solides en tiges à reproduire par une ombre ont été choisis pour leur caractère ambigu et la difficulté à les interpréter. L'enseignant avait précisé le solide représenté, mais les élèves devaient trouver une position dans laquelle l'ombre ressemblait au dessin. Il s'agissait alors d'avoir des gestes précis et de ne pas varier les positions trop brusquement. Ils y sont parvenus après quelques essais. En faisant apparaître eux-mêmes de tels dessins, les élèves en ont mieux saisi la nature et ils leur sont devenus plus familiers.

1.3 Dessiner les ombres.

Comment s'y prendre ?

L'enseignant enlève du tableau tous les dessins en perspective. Il demande aux élèves de dessiner à vue certains solides, par exemple un parallélépipède rectangle, un tétraèdre et une pyramide à base carrée ou rectangulaire. Le résultat attendu est un dessin qui permet de reconnaître le solide ou de le représenter par une ombre. Dans ce dernier cas, l'élève doit pouvoir placer un solide en tiges devant la lampe de manière à faire apparaître une ombre qui corresponde à son dessin. Chacun peut à tout moment venir observer

l'ombre du solide en tiges pour le comparer à ce qu'il dessine et guider ainsi la suite de son dessin. Si un élève dessine un solide plein, l'enseignant peut lui suggérer d'ajouter les arêtes cachées ou de faire un autre dessin où l'on voit le même solide en tiges.

Échos des classes

Les élèves qui éprouvaient des difficultés à dessiner un solide ont eu recours aux ombres. L'enseignant a alors tenu le solide en tige derrière le drap, dans la position où l'élève avait commencé à le dessiner. L'enseignant a demandé à l'élève de désigner sur l'ombre les arêtes déjà tracées et de repérer la position de celles qui manquaient. Ce va-et-vient entre l'ombre et le dessin, ainsi que l'association précise des deux, a aidé les élèves à produire des dessins cohérents, dont voici quelques exemples aux figures 1 et 2.

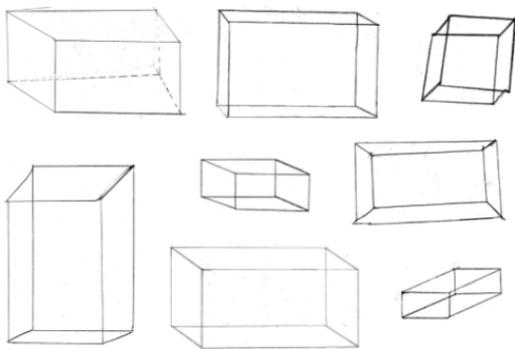


Fig. 1

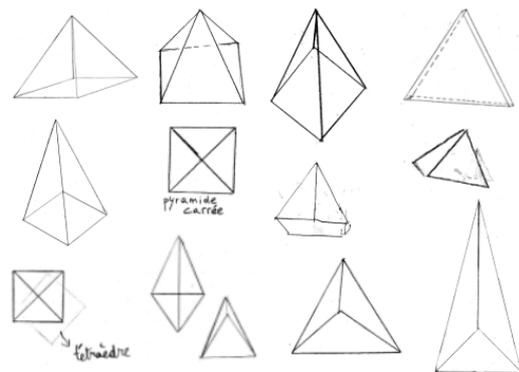


Fig. 2

Prolongements possibles

On enrichit les représentations mentales des solides en proposant d'autres types d'activités, par exemple :

Associer une perception tactile (en aveugle) à une représentation plane, comme le propose le jeu *Tactilo* de Nathan³ (voir figure 3).



Fig. 3

³ Seul distributeur de jeux éducatifs Nathan pour la Belgique : *La Découverte* au 49, Place communale - 1332 Genval - tél./fax (02) 652 07 62.

Trouver l'intrus parmi un ensemble de solides ou parmi des représentations planes. Expliquer son choix.

Donner du relief en assemblant des losanges de trois couleurs.

Construire des assemblages de cubes à partir de représentations en perspective⁴, par exemple avec le jeu *Structuro* de Nathan.

Associer des dessins en perspective représentant un même objet de différents points de vue.

Associer des dessins de solides sans vraie grandeur (pas de face frontale) à des empreintes des faces.

2 Un cube dans diverses positions

De quoi s'agit-il ?

Dessiner, sur du papier quadrillé, des cubes dans diverses positions.

Enjeux

Cette activité vise à libérer l'imagination visuelle des élèves et à leur faire découvrir des représentations du cube dans diverses positions. Le papier quadrillé offre un support simple, qui permet de repérer des distances et des directions sans recourir à un instrument autre que la règle. Ainsi, la direction d'un segment est identifiée par un parcours le long des carreaux dans les directions horizontale et verticale. Un des effets indirects de l'activité est donc une expérience de la relation entre la direction d'une ligne droite et son coefficient angulaire.

Par ailleurs, cette première activité renseigne l'enseignant sur ce que savent les élèves en matière de représentation en perspective.

Matières. – *Tracé de représentations planes du cube.*

Compétences. – *Passer d'un objet de l'espace à une représentation plane et réciproquement.*

Indiquer la position de l'observateur.

Imaginer l'objet ou sa position d'après sa représentation.

De quoi a-t-on besoin ?

Un cube plein pour deux élèves, avec des arêtes d'environ 8 cm et les six faces de couleurs différentes.

Pour chaque élève : du papier quadrillé, un crayon, une gomme et une règle.

Pour l'ensemble de la classe : trois ou quatre transparents quadrillés ainsi que des marqueurs non permanents.

Pour la dernière partie de l'activité : des ordinateurs avec le logiciel **Cabri** et/ou le logiciel **Sections**. Les différents menus et fichiers **Cabri** sont disponibles sur le site internet du CREM : www.profor.be/crem.

⁴ Voir les activités proposées dans la brochure *Construire et représenter de 2 ans et demi à 10 ans*.

Comment s'y prendre ?

Dessins d'un cube plein avec une face frontale. – Les élèves (deux élèves par table) placent un cube entre eux comme le montre la figure 4.



Fig. 4

Aucune règle de dessin n'est donnée au préalable. Il s'agit pour chaque élève de réaliser un dessin sur papier quadrillé, dans lequel on reconnaisse un cube dans la position qu'il occupe par rapport au dessinateur.

Après une dizaine de minutes, certains élèves sont invités à reproduire leur dessin sur un transparent. Le professeur veille à recueillir ainsi un échantillon varié de dessins. Ceux-ci sont présentés à la classe, qui les commente à partir de deux questions :

- le dessin donne-t-il bien l'idée d'un cube ?
- peut-on situer l'observateur ?

Le professeur est attentif au vocabulaire utilisé spontanément par les élèves pour commenter les dessins et les comparer à l'objet représenté, ceci afin de reconnaître leur niveau. À ce stade, le respect du parallélisme n'est pas imposé, seul le caractère évocateur de la représentation constitue un critère.

Dessins de cube dans des positions diverses. – Le professeur montre diverses positions d'un cube. Les élèves doivent dessiner un cube dans au moins deux positions différentes. À tour de rôle, un élève maintient le cube dans une position, l'autre le dessine (figure 5).



Fig. 5

À nouveau le professeur invite quelques élèves à reproduire un de leurs dessins sur un transparent quadrillé. Il veille à obtenir ainsi des positions variées. La mise en commun se fait à partir de ces dessins.

Au cours de cette deuxième mise en commun, en présence de productions diverses qui prêtent à comparaison, le terme de *perspective parallèle* est introduit et caractérisé simplement : les parallèles de l'objet y sont dessinées parallèles. Ceci est présenté comme une convention qui, tout en gardant une propriété de l'objet cube, en donne une idée assez évocatrice. On remarque que cette convention commode ne correspond pas à ce qu'on voit sur d'autres représentations, telles que les photographies ou certaines peintures, mais on convient de s'en tenir pour le moment à ce type de représentation.

Les mises en commun sont aussi l'occasion de faire le lien entre la direction ou l'inclinaison d'un segment $[AB]$ et les déplacements horizontal et vertical enchaînés, pour aller de A à B .

Animer un cube avec Cabri. – Ouvrir le menu `brochure0.men` et le fichier `enonce_0.fig`. L'élève se trouve devant l'écran suivant :

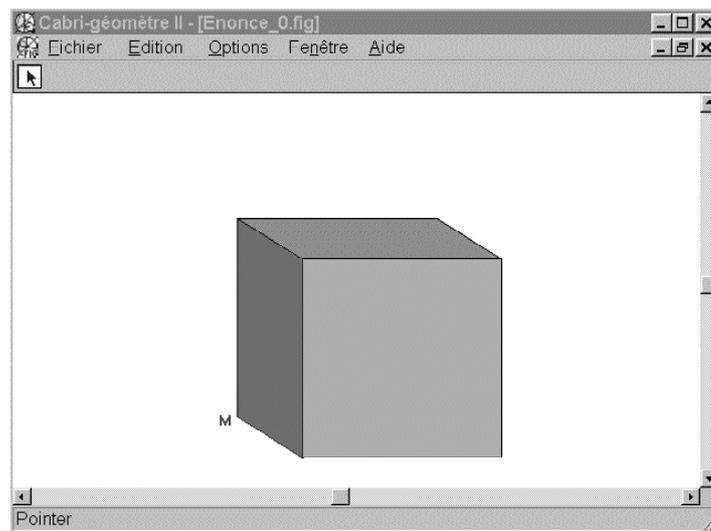


Fig. 6

En déplaçant le point M, sommet du cube, il peut représenter un cube vu par un observateur placé en dessous ou au dessus du cube, à droite ou à gauche du même cube. Les faces ayant des couleurs différentes, il lui est facile de les identifier et de les nommer. Il peut également tenir devant lui un des cubes mis à sa disposition, conformément à l'image qui apparaît à l'écran.

Animer un cube avec Sections. – Sections est un logiciel qui permet de visualiser des cubes (et d'autres polyèdres) selon divers points de vue. La figure 7 à la page suivante en montre un écran.

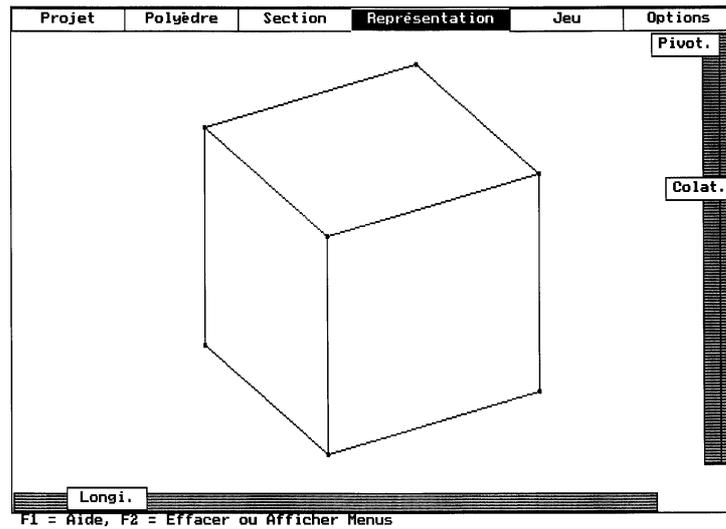


Fig. 7

L'intérêt principal de Sections réside dans la possibilité de faire varier de manière continue les positions d'un cube.

La figure 8 montre six instantanés d'un tel mouvement.

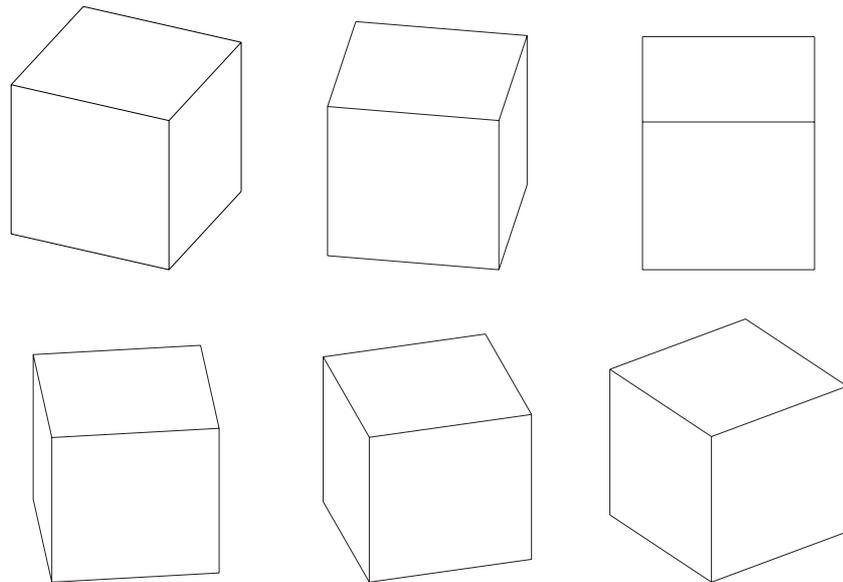


Fig. 8

Représenter un cube en assemblant des quadrilatères avec Cabri. – Ouvrir le menu brochure1.men et ensuite le fichier enonce_1.fig. L'élève se trouve devant l'écran suivant :

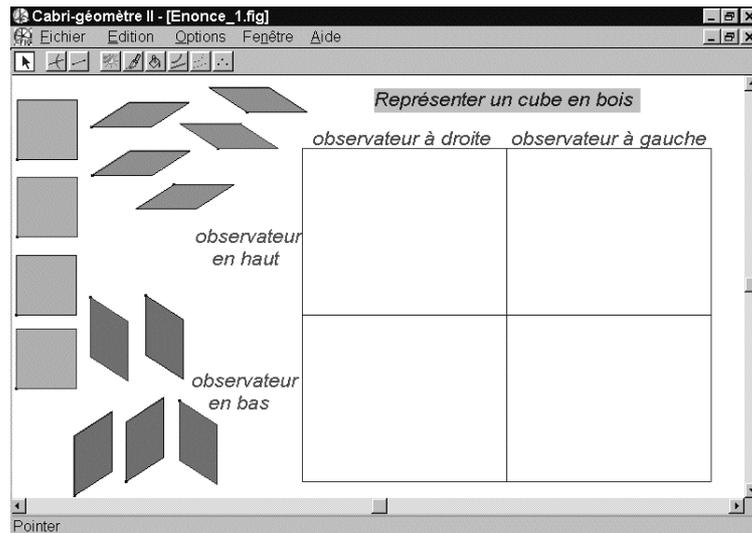


Fig. 9

Il peut déplacer les quadrilatères en tirant le sommet représenté par un gros point et les assembler pour former une représentation d'un cube plein de divers points de vue. On a mis des quadrilatères en excédent, de sorte que le choix soit réfléchi jusqu'au dernier assemblage.

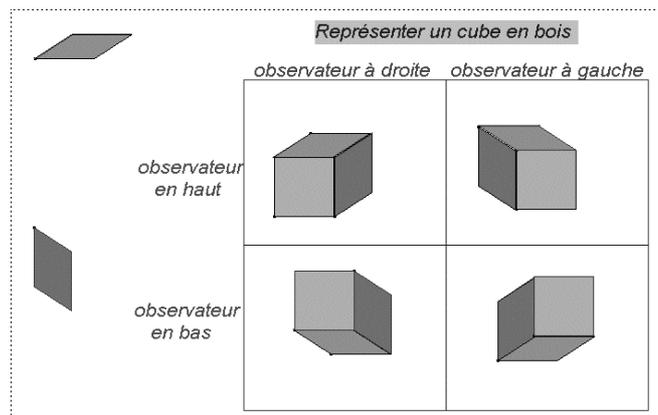
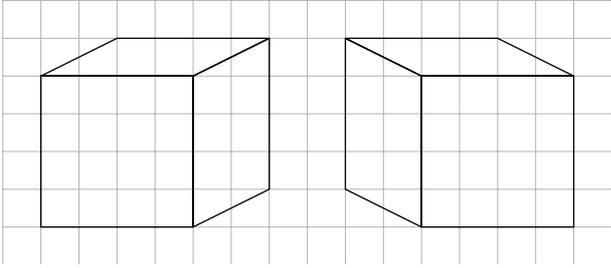
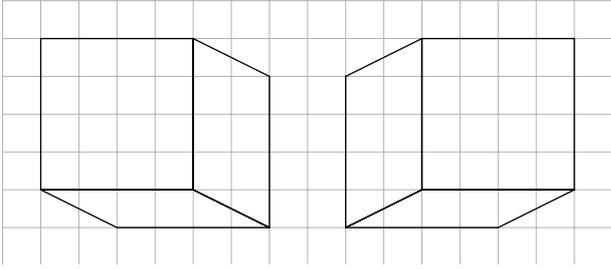
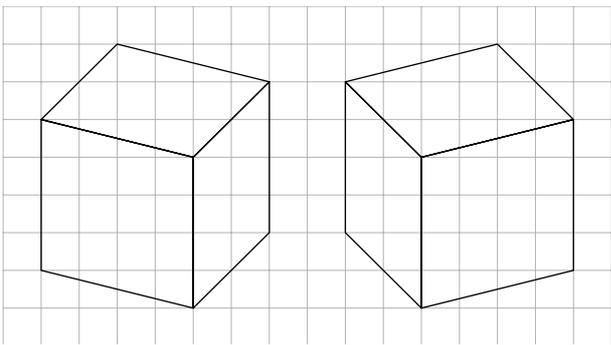
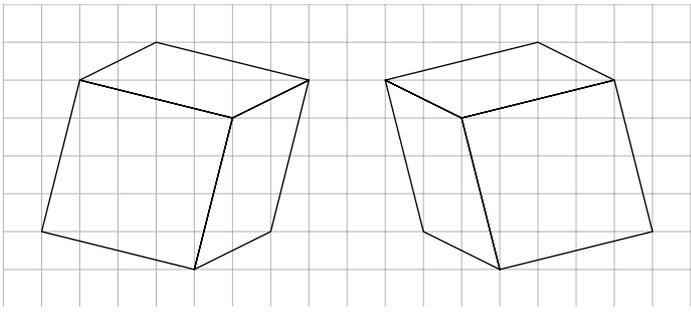


Fig. 10

Synthèse. – Au cours de cette activité, l'accent est mis sur une correspondance d'ordre perceptif entre l'objet cube et sa représentation. La synthèse porte donc sur diverses façons de représenter un même cube selon sa position par rapport à l'observateur.

Cette synthèse peut être préparée par un exercice qui consiste à compléter un tableau dans lequel l'élève doit tantôt indiquer la position de l'observateur pour un dessin donné, tantôt produire un dessin correspondant à une position donnée. Ce type d'activité, qui met en relation des figures et un texte, est particulièrement adapté à cette tranche d'âge et développe la capacité de rédaction. La plupart des synthèses de ce chapitre se présentent de cette façon.

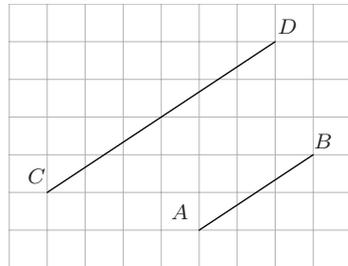
Dessiner un cube dans diverses positions

<i>Position de l'observateur par rapport au cube</i>	<i>Dessins du cube</i>
<p>Le cube présente une face frontale.</p> <p>L'observateur voit la face du dessus.</p>	
<p>Le cube présente une face frontale.</p> <p>L'observateur voit la face du dessous.</p>	
<p>Le cube ne présente pas de face frontale.</p> <p>L'observateur voit la face du dessus.</p>	
<p>Le cube ne présente pas d'arête verticale.</p> <p>L'observateur voit la face du dessus.</p>	

Prolongements possibles

1. Apprendre à coder un segment en utilisant un trajet horizontal suivi d'un trajet vertical pour aller de son origine à son extrémité. En ce faisant on peut apprendre deux choses :

- d’abord que deux segments sont codés par les mêmes nombres lorsqu’ils sont parallèles et de même longueur ;
- Ensuite que lorsqu’ils sont parallèles mais pas nécessairement de même longueur, leurs codages sont proportionnels (voir par exemple la figure 11).



segment	$[AB]$	$[CD]$
déplacement horizontal	3	6
déplacement vertical	2	4

Fig. 11

Les deux sens possibles pour un même segment peuvent en outre donner lieu à un codage utilisant les nombres positifs et négatifs. Le codage d’un segment orienté est ainsi comparable au codage d’un point ou d’une translation dans un repère orthonormé.

2. Dessiner un cube posé sur une table. Dessiner ce cube vu dans un miroir vertical.

Échos des classes

Cette activité ainsi que les activités 3 à 5 ont été testées dans deux classes :

- Dans une première secondaire d’une école à vocation technique et professionnelle.
- Dans une deuxième secondaire d’enseignement général.

Dans la classe de première, la représentation en perspective cavalière posait encore de gros problèmes à certains élèves. Plusieurs représentations apparentées aux développements sont apparues. Certains élèves ne savaient que faire des faces latérales. Ils les ont rabattues et raccordées tant bien que mal aux autres. La difficulté était encore plus grande lorsque la face du dessous était visible car ils n’étaient absolument pas familiarisés avec ce type de représentation. Le fait de colorier les faces du cube a permis à certains élèves de s’en sortir.

La moitié au moins des élèves ont utilisé la méthode stéréotypée décrite dans les commentaires. Pour eux, dessiner une représentation sans face frontale a été un obstacle insurmontable. Les représentations sans face frontale des autres élèves étaient toutes symétriques, même si le parallélisme était rarement respecté.

Ces difficultés ont constitué un sérieux handicap à l’élaboration de la synthèse concernant les différentes positions de l’observateur et les représentations correspondantes. Par ailleurs, toutes les activités de synthèse posent en général de gros problèmes dans ce type de classe. En effet, ces élèves – dont le capital vocabulaire est très restreint et dont le français est rarement la langue maternelle – expriment très difficilement ce qu’ils perçoivent ou

ce qu'ils construisent. Cela demande beaucoup de temps et d'énergie au professeur. Ceci ne signifie pas, bien entendu, qu'il ne faut pas le faire. Il est utile de prévoir des étapes et des activités supplémentaires afin d'éliminer, pour la synthèse, toutes les difficultés qui ne relèvent pas explicitement de l'expression. Une activité complémentaire a donc été ajoutée dans cette classe, ce qui a permis de déboucher sur la synthèse de la page 155.

Lorsque l'activité met en lumière de telles difficultés chez les élèves, nous suggérons d'ailleurs de réaliser cette activité complémentaire avant la synthèse. Il s'agit pour les élèves de reconstituer la représentation d'un cube vu sous différents points de vue à partir de carrés et de parallélogrammes. Cette activité est à rapprocher de l'activité « Représenter un cube en assemblant des quadrilatères avec Cabri » (page 153), les élèves disposant dans ce cas-ci de quadrilatères découpés dans du carton (voir fiches 25 et 26 aux pages 225–226).

Dans la classe de deuxième, bien que cela n'ait pas été imposé au départ, la plupart des dessins ont respecté le parallélisme des arêtes. C'est sans doute la présence du cube qui a induit le respect de ses propriétés les plus évidentes. Certains élèves ont poussé la fidélité à l'objet jusqu'au respect de la longueur de toutes les arêtes, y compris les fuyantes. Deux élèves ont d'ailleurs eu du mal à accepter que les arêtes du dessin puissent n'avoir pas toutes la même longueur.

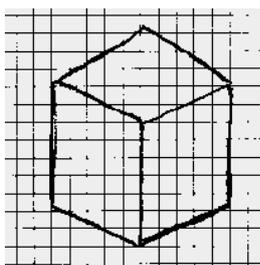


Fig. 12

Lors de la mise en commun les élèves ont qualifié les dessins qui ne respectaient pas intégralement le parallélisme « d'un peu de travers », *sans toutefois mentionner explicitement le défaut de parallélisme*. Par exemple, les élèves trouvaient le dessin de la figure 12 « trop pointu ». Ils l'ont corrigé à vue, sans faire référence explicitement ni au parallélisme, ni au quadrillage.

Par ailleurs ils n'ont pas évoqué spontanément la relation entre la direction, l'inclinaison d'un segment et le quadrillage (nombre de carrés à parcourir horizontalement et verticalement pour aller d'une extrémité à l'autre).

Par contre, une fois le codage introduit, ce sont des élèves eux-mêmes qui ont fait remarquer que, pour un même segment, il y a deux codages possibles qui correspondent aux deux sens obtenus en échangeant l'origine et l'extrémité du segment.

Les élèves n'ont pas éprouvé de difficulté à déterminer à peu près un point de vue à partir duquel le cube est vu. Dessiner un cube vu du dessous s'est avéré plus difficile et n'a été réussi que par quelques élèves.

Il est à remarquer que toutes les représentations de cubes sans face frontale sont symétriques (voir le cinquième dessin d'Elisabetta à la figure 13 à la page suivante).

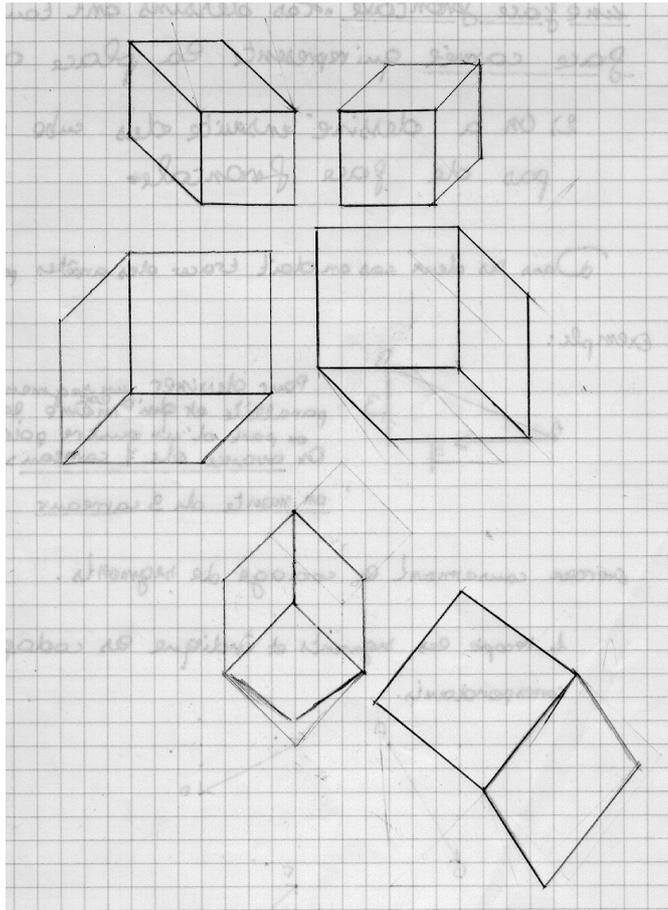


Fig. 13

Vers où cela va-t-il ?

Le repérage des directions sur papier quadrillé prépare la notion de *coefficient angulaire* ou de *pente*.

Commentaires

Il est important de ne pas se limiter à des techniques stéréotypées pour obtenir les dessins. La figure 14 donne l'exemple d'une telle construction stéréotypée :

- (a) on trace un carré ;
- (b) on trace un deuxième carré en le décalant d'une ligne vers la droite et d'une ligne vers le haut ;
- (c) on joint les sommets correspondants des deux carrés.

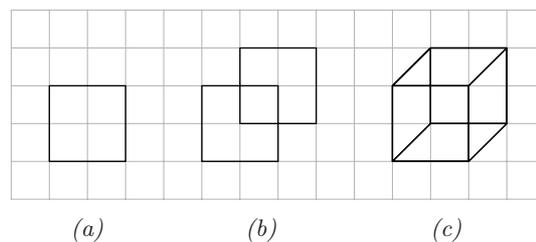


Fig. 14

3 Dessiner un assemblage de cubes

De quoi s'agit-il ?

Un dessin de cube en position frontale étant donné, lui accoler d'autres cubes de façon à former un assemblage d'au moins cinq cubes.

Enjeux

L'objectif principal est de mettre en évidence quelques règles de la perspective parallèle. Alors que le papier quadrillé guide le tracé, le dessin sur du papier blanc demande d'être plus conscient des règles.

Expliciter ces règles consiste essentiellement à contraster les propriétés géométriques du cube avec celles de ses représentations. Il importe que ce travail de conceptualisation repose sur une pratique bien intégrée de va et vient entre objet réel et représentation.

Un autre enjeu de cette activité est l'utilisation des instruments. Comment dessiner des parallèles le plus efficacement possible (il y en aura beaucoup à dessiner), comment reporter rapidement et précisément des longueurs ?

Matières. – *La perspective cavalière⁵ comme mode de représentation de solides qui conserve le parallélisme de droites.*

Compétences. – *Compléter une représentation.*

Repérer des éléments correspondants sur la représentation et sur l'objet.

Respecter les conventions de dessin.

De quoi a-t-on besoin ?

Chaque élève dispose d'une feuille de papier blanc (sans quadrillage ni lignes), au centre de laquelle est dessiné un cube plein en position frontale (fiche 27 à la page 227), d'un crayon, d'une gomme, d'une équerre, d'une règle et d'un compas. On doit aussi disposer dans la classe d'au moins six cubes que l'on peut assembler de diverses façons.

Comment s'y prendre ?

La consigne est de dessiner un second cube, accolé au cube déjà dessiné, puis un troisième accolé à l'un des deux premiers et ainsi de suite, de manière à former un réseau d'au moins cinq cubes qui ne soient pas tous alignés. Le professeur ébauche un tel réseau avec les cubes réels. Immédiatement après avoir donné la consigne, il introduit deux techniques de dessin et dégage les propriétés qui les justifient :

- reporter une distance au compas ;
- pour dessiner des parallèles, faire glisser une équerre le long d'une règle.

On peut arriver à un joli résultat par un jeu de couleurs sur les faces de l'assemblage (figure 15). Colorier d'une même couleur les faces parallèles accroît considérablement l'effet de relief et prépare l'introduction des conventions relatives au vu et au caché.

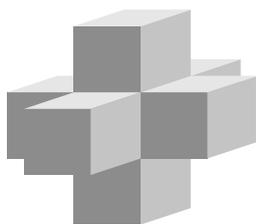
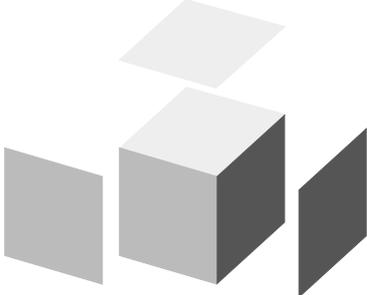
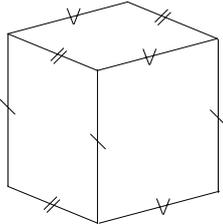
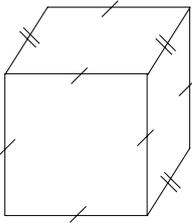


Fig. 15

⁵ L'expression perspective cavalière recouvre, dans les textes de programmes et de compétences socles, ce que nous appelons ici perspective parallèle.

Synthèse. – La synthèse compare d’une part les faces et les arêtes du cube réel et de l’autre les dessins de ces faces et de ces arêtes. On peut guider cette comparaison en proposant un tableau à compléter. Le tableau ci-après en donne un modèle : il distingue les représentations qui ont une face frontale de celles qui n’en présentent pas. Il articule des figures de référence avec un texte qui les décrit.

Faces et arêtes du cube et de ses représentations

<i>On observe sur le cube</i>	<i>Propriétés du dessin (cube sans face frontale)</i>	<i>Propriétés supplémentaires s’il y a une face frontale</i>
<p>Les faces du cube réel sont toutes des carrés.</p>	<p>Les dessins des faces sont des parallélogrammes. Certains parallélogrammes peuvent être des losanges.</p> 	<p>Le dessin de la face frontale est un carré.</p> 
<p>Toutes les arêtes ont même longueur.</p>	<p>Sur le dessin du cube, il y a trois groupes d’arêtes qui sont parallèles et ont même longueur.</p> 	<p>Sur les faces frontales toutes les arêtes ont même longueur.</p> 
<p>Tous les angles sont droits.</p>	<p>Sur le dessin du cube, il y a des angles aigus et des angles obtus.</p>	<p>Sur le dessin du cube, la face frontale possède des angles droits.</p>

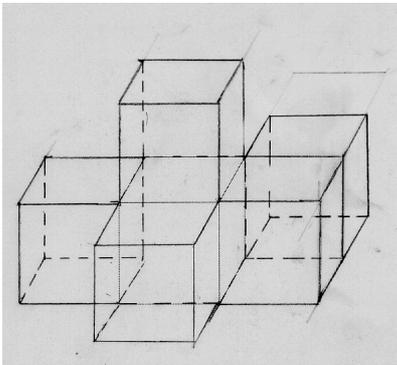
Échos des classes

Les élèves de la classe de première année ont plutôt « imité » par prolongement un dessin préexistant que fait un va et vient continu entre la réalité et la représentation. Malgré les suggestions du professeur, certains n’ont pas construit concrètement au préalable l’assemblage qu’on leur demandait de représenter.

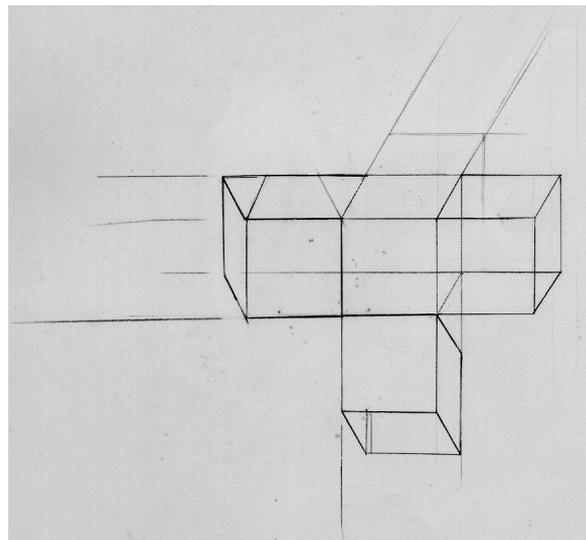
Bien qu'ils aient acquis la technique de tracé des parallèles, ils ont évité de devoir en construire tant que le prolongement et le report de distance étaient possibles.

C'est la représentation du cube à placer devant eux qui leur a posé le plus de problèmes.

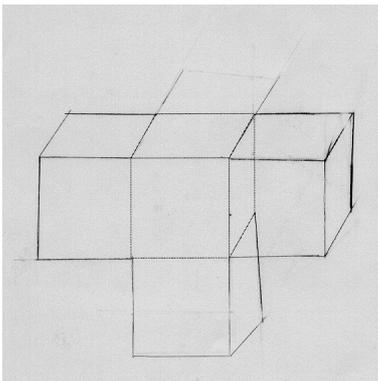
Les tracés des élèves de la classe de deuxième s'enchaînent de diverses façons. Ils ont prolongé des arêtes du cube donné, ils ont reporté des distances et construit des parallèles au gré des configurations qui se présentaient. Certains ont ajouté des arêtes cachées, ce qui parfois leur a évité d'avoir à dessiner des parallèles (voir le dessin de Micael).



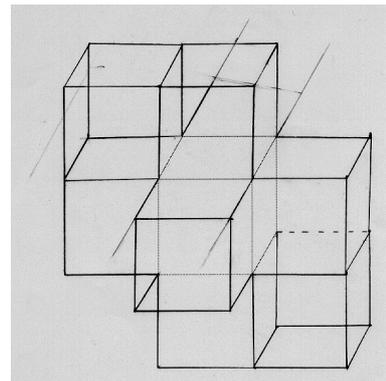
Micael



Jonathan



Sarah



Léa

La plupart des élèves ont utilisé correctement les instruments, mais pour certains la préoccupation des tracés détaillés a perturbé la perception globale de l'objet (voir le dessin de Jonathan et le comparer à celui de Sarah).

Dessiner un cube à l'arrière du cube donné n'a pas été spontané. Lorsqu'on

a demandé à un élève de le faire, il a recouru à l'assemblage réel pour déterminer les arêtes à prolonger (Léa).

À un certain stade, des difficultés ont surgi du fait que les cubes ajoutés cachaient une partie ceux qui étaient déjà dessinés : il a fallu gommer ces parties, sinon le dessin devenait de plus en plus difficile à décoder. Le coloriage est alors venu à point pour restituer une lisibilité au dessin. Quelques élèves seulement ont eu recours aux pointillés pour distinguer les arêtes cachées. Il apparaît qu'il faut consacrer à cet apprentissage une activité spécifique. Ce sera l'objet de l'activité 5.

Prolongement possible

Dégager ou remettre en évidence les conditions déterminantes des parallélogrammes. Décrire une ou plusieurs façons de dessiner un carré, un parallélogramme.

Décrire le tracé de parallèles aux instruments et montrer les égalités d'angles que cette construction fait apparaître.

4 Ensemble architectural

De quoi s'agit-il ?

Au départ d'assemblages de cubes, dessiner un ensemble composé de maisons et de tours.

Enjeux

En dessinant de tels assemblages, les élèves réalisent que les dessins de cubes ouvrent à des réalisations complexes et variées, ils découvrent et pratiquent les propriétés de conservation des milieux, ils acquièrent rapidité et sûreté dans la manipulation des instruments de dessin, ils sont amenés à coordonner imagination et précision.

Matières. – *La perspective cavalière comme mode de représentation de solides qui conserve le rapport entre segments de droites parallèles.*

Compétences. – *Respecter des conventions de dessin.*

Repérer des éléments correspondants sur la représentation et sur l'objet.

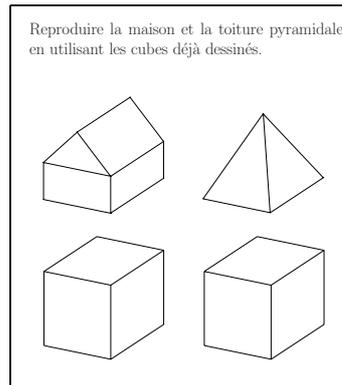
Connaître et énoncer les propriétés des diagonales et des médianes d'un quadrilatère.

De quoi a-t-on besoin ?

Un grand cube sur lequel on peut dessiner. Pour chaque élève, le matériel de dessin décrit à l'activité précédente, ainsi que les fiches 28 et 29.

Comment s'y prendre ?

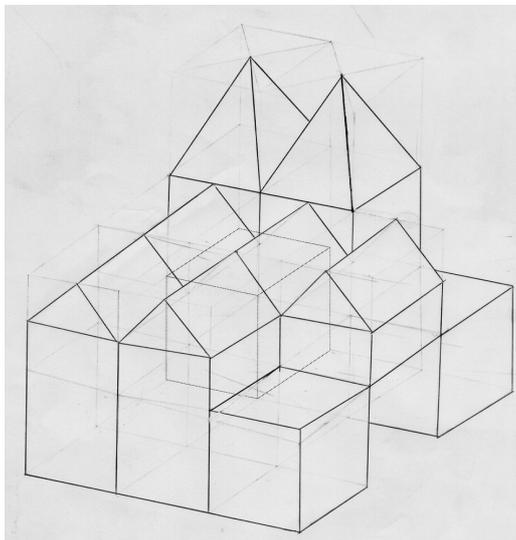
Dessiner une maison et une toiture pyramidale. – Chaque élève dispose de la fiche 28. Si nécessaire, l'enseignant montre sur le cube réel comment obtenir la maison.

Fiche 28 (page 228)

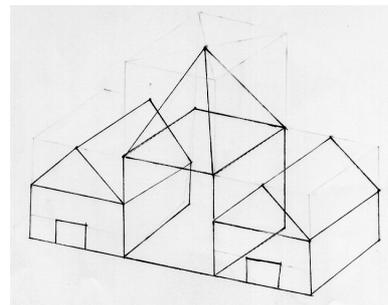
Dessiner un ensemble de maisons et de tours. – Comme pour l'activité précédente, les élèves disposent d'une feuille blanche au centre de laquelle un premier cube a été dessiné (fiche 29 à la page 229). Les traits sont très fins, de manière à ce que les arêtes vues puissent être repassées en trait épais et que les arêtes cachées ultérieurement par tracés de cubes ne soient pas trop visibles. La consigne est la suivante :

Réaliser un ensemble composé de maisons et de tours, en combinant le dessin d'un réseau de cubes, le repérage de milieux d'arêtes et de milieux de faces. L'ensemble doit comporter au moins cinq cubes chacun attaché à l'ensemble par une face au moins.

Voici deux exemples de dessins d'élèves.



Jonathan

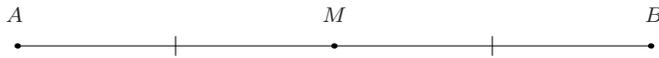


Lætitia

Synthèse. – La synthèse porte sur la conservation des milieux dans des représentations de cubes, ce qui revient à comparer les propriétés des médianes et des diagonales dans le carré et dans le parallélogramme. Comme

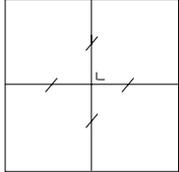
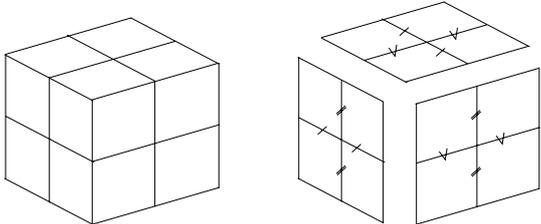
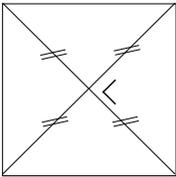
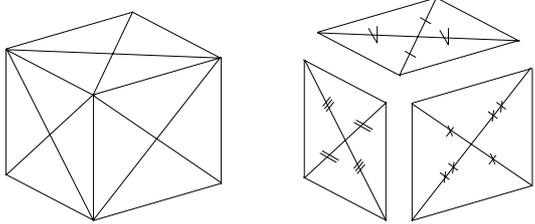
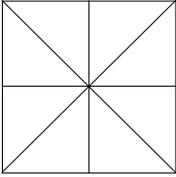
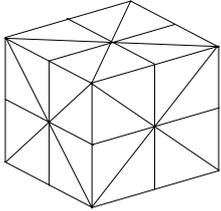
pour les synthèses précédentes, la comparaison peut prendre la forme d'un tableau à compléter.

Il est utile de rappeler – ou d'introduire – la convention de codage des segments égaux :



Un même signe sur les segments $[MA]$ et $[MB]$ indique qu'ils ont même longueur ou, ce qui est équivalent, que M est le milieu de $[AB]$.

Médianes et diagonales des faces du cube et de ses représentations

<i>Dans un carré</i>	<i>Dans un parallélogramme</i>
<p>Les médianes du carré se coupent en leur milieu, ont même longueur et sont perpendiculaires.</p> 	<p>Les médianes du parallélogramme se coupent en leur milieu.</p> 
<p>Les diagonales du carré se coupent en leur milieu, ont même longueur et sont perpendiculaires .</p> 	<p>Les diagonales du parallélogramme se coupent en leur milieu.</p> 
<p>Les diagonales et les médianes du carré se coupent en un même point.</p> 	<p>Les diagonales et les médianes du parallélogramme se coupent en un même point.</p> 

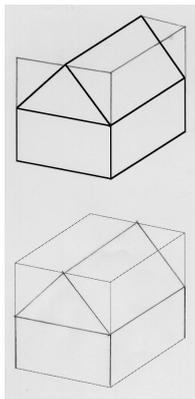
Échos des classes

Dans la classe de première, après avoir intégré une maison et une tour dans un cube donné, avant de passer à la réalisation d'un ensemble architectural libre, le professeur a demandé aux élèves d'intégrer un petit ensemble

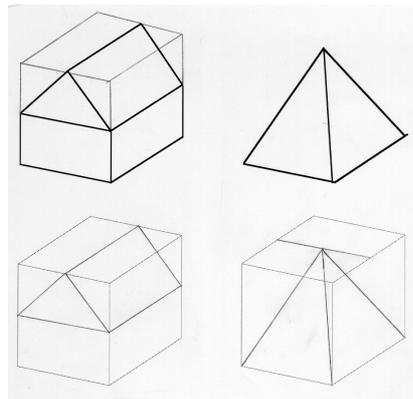
architectural donné dans un réseau cubique donné (voir la fiche 30 à la page 230). Pour la classe, c'était une étape intermédiaire indispensable à la poursuite de l'activité. Lorsque les élèves intègrent leurs différentes parties architecturales dans le réseau cubique, ils sont confrontés au problème des arêtes cachées.

Peu d'élèves peuvent répondre directement à la question « cette arête est-elle visible ou non ? » La plupart n'arrivent à surmonter cette difficulté qu'en repassant, a posteriori, les contours visibles de leurs ensembles architecturaux. Seule la vue globale de l'ensemble leur permet de répondre à cette question.

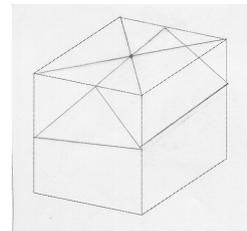
Dans la classe de deuxième, pour dessiner une maison à partir du cube (fiche 28), deux élèves ont commencé par compléter le premier dessin en inscrivant la maison dans un cube (Micael et Benoît). Une élève est partie de la détermination d'un seul point (le centre de la face supérieure) et a construit ensuite tous les autres segments sans rien mesurer (Sarah). Pour déterminer le sommet de la tour, certains ont utilisé les médianes (Benoît et Léa), mais la plupart ont d'emblée construit les diagonales.



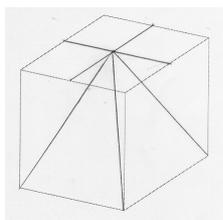
Micael



Benoit



Sarah

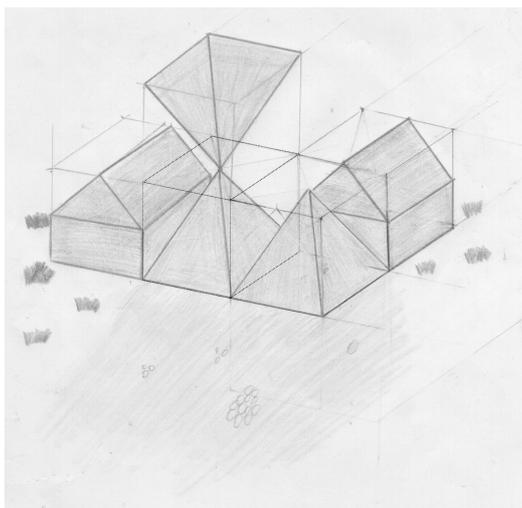
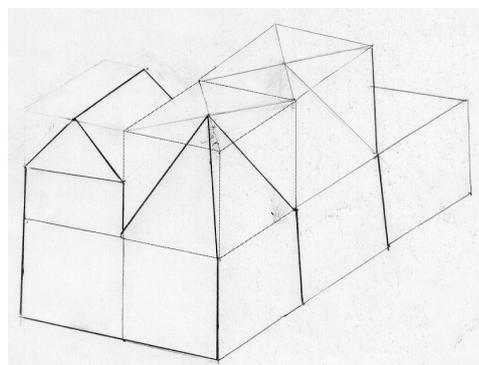
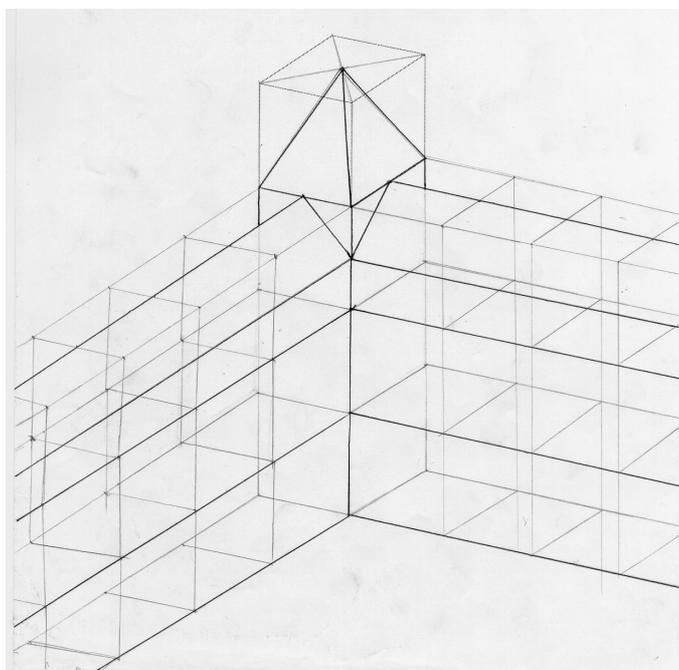


Lea

Lors de la mise en commun, le professeur a attiré l'attention sur le fait qu'un même point est à la fois intersection des diagonales et des médianes. Les élèves ont relevé aussi que la construction des diagonales dispense de mesurer et est, par là plus rapide que celle des médianes.

La réalisation d'un ensemble architectural a suscité un intérêt immédiat. Les dessins de Jonathan, d'Elisabetta et de Stéphanie sortent du commun par leur imagination et leur précision. Jonathan (dessin à la page 163) et Elisabetta (dessin à la page suivante) sont les seuls à avoir correctement traité le vu et le caché. Stéphanie (dessin à la page suivante) a poussé l'imagination jusqu'à inverser les points de vues pour les tours !

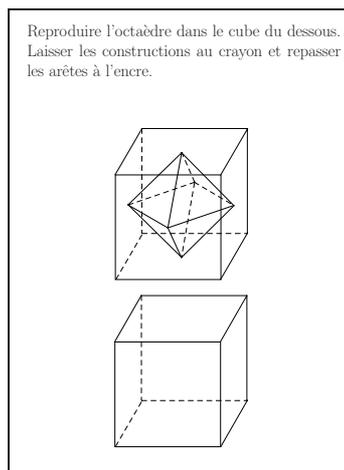
Dans tous les autres dessins, on perçoit un embarras autour des arêtes cachées par les éléments ajoutés (voir le dessin de Lætitia à la page 163 et celui de Yannick à la page suivante). Cette difficulté inspire l'activité suivante.

*Stéphanie**Yannick**Elisabetta*

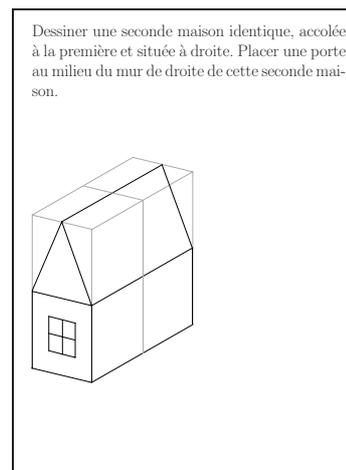
*Prolongements
possibles*

Voici deux fiches permettant d'exercer les acquis de cette activité.

Fiche 31 (page 231)



Fiche 32 (page 232)



5 Vu et caché

De quoi s'agit-il ?

Compléter ou modifier des représentations planes afin de mettre en évidence leurs parties vues et cachées.

Enjeux

Au cours de l'activité, des méthodes pour déterminer le vu et le caché se dégagent, la correspondance entre perception et dessin s'affine, le tracé de parallèles aux instruments est intégré comme une routine : tout est en place pour que l'élève produise un dessin à la fois précis et lisible.

Matières. – *Tracé de représentations planes.*

Compétences. – *Respecter des conventions de dessin.*

Repérer des éléments correspondants sur la représentation et sur l'objet.

Indiquer la position de l'observateur.

Imaginer l'objet ou sa position d'après sa représentation.

De quoi a-t-on besoin ?

Instruments de dessin, crayons de couleur, fiches de 33 à 40 (pages 233 à 240).

Pour la dernière partie de l'activité : des ordinateurs avec le logiciel Cabri.

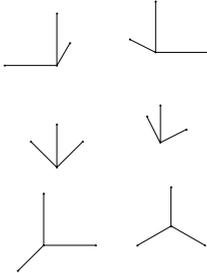
Comment s'y prendre ?

Compléter des dessins de cubes. – Chaque élève reçoit des fiches de travail sur lesquelles des représentations déjà amorcées doivent être complétées. Le professeur impose dorénavant l'usage systématique de la règle et de l'équerre pour tous les tracés de parallèles.

Il y a deux types de fiches : les premières concernent un cube isolé dans différentes positions ; les deuxièmes concernent des assemblages de cubes et des ensembles architecturaux.

Fiche 33 (page 233)

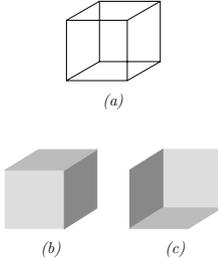
1. On a dessiné trois arêtes vues d'un cube dans diverses positions. Compléter les dessins en traçant toutes les arêtes vues.



2. Colorier les trois faces vues avec des couleurs différentes.
3. Tracer ensuite en pointillés les arêtes cachées

Fiche 34 (page 234)

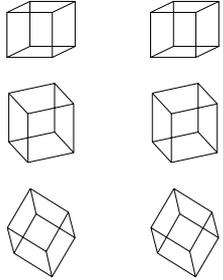
Le dessin (a) montre toutes les arêtes d'un cube. À partir de ce dessin, on peut imaginer soit que le cube est vu du dessus (dessin (b)), soit qu'il est vu du dessous (dessin (c)). Sur les dessins (b) et (c), tracer en pointillés les arêtes cachées.



(a) (b) (c)

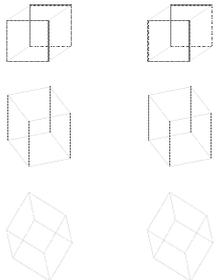
Fiche 35 (page 235)

Les dessins de cubes ci-dessous vont deux par deux. Colorier trois faces de façon à ce qu'ils soient vus de manières différentes.



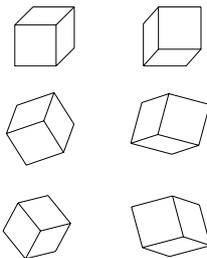
Fiche 36 (page 236)

Les dessins de cubes ci-dessous vont deux par deux. Repasser en trait continu (épais) les arêtes vues et en trait pointillé (épais) les arêtes cachées de façon à ce qu'ils soient vus de manières différentes.



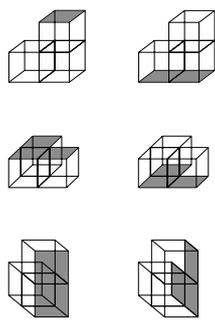
Fiche 37 (page 237)

Tracer en pointillés les arêtes cachées.



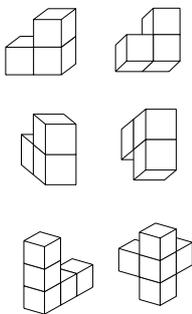
Fiche 38 (page 238)

Poursuivre la mise en couleur des parties vues. Utiliser une même couleur pour les faces (ou parties de faces) parallèles.



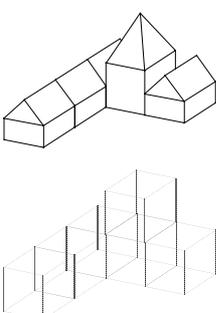
Fiche 39 (page 239)

Tracer en pointillés toutes les arêtes cachées.



Fiche 40 (page 240)

Dessiner l'ensemble architectural dans le réseau de cubes. Repasser en continu toutes les arêtes vues et en pointillés toutes les arêtes cachées.



La fiche 33 induit le passage du dessin d'un cube plein à celui d'un cube donné par toutes ses arêtes. Elle introduit explicitement la convention du *vu* et du *caché*. La mise en couleur des faces vues est un moyen très simple de faire comprendre ce qui distingue les arêtes : les arêtes cachées sont derrière des faces vues. Ceci est clairement explicité dans la fiche 34. Les fiches 35 à 38 exercent la perception du *vu* et du *caché* en alternant les consignes de coloriage de faces et celles de tracé d'arêtes.

La fiche 39 est plus difficile, surtout pour les assemblages vus du dessous. On peut suggérer de tourner la feuille de 180° , ce qui change le dessin en vue du dessus.

Double vue d'un cube avec Cabri. – Ouvrir le menu `brochure1.men` et ensuite ouvrir le fichier `enonce_2.fig`. L'élève se trouve devant l'écran suivant :

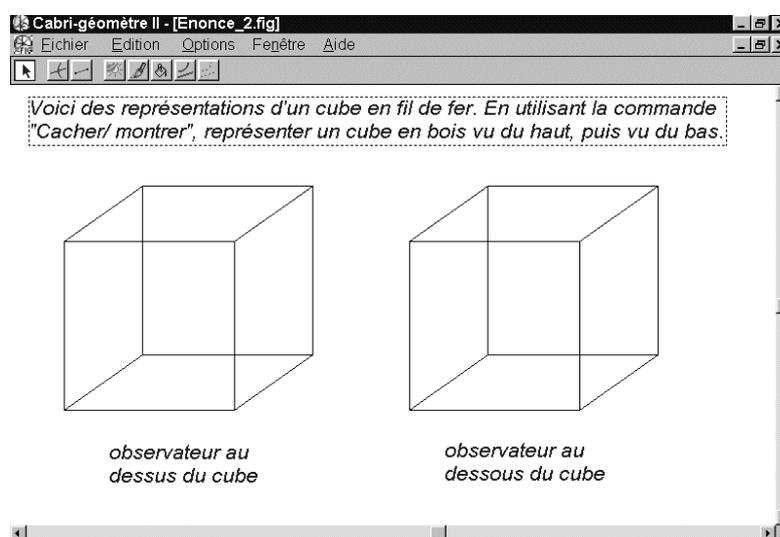


Fig. 16

En utilisant la seule commande **Cacher-Montrer**, il peut réaliser la solution suivante :

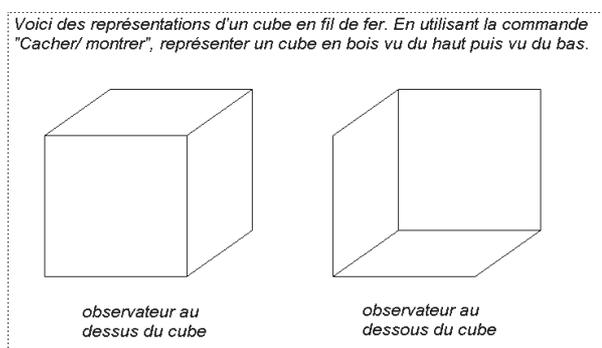


Fig. 17

Lorsque l'on active la commande **Cacher-Montrer**, tous les segments déterminés apparaissent. Les segments visibles sont dessinés en trait continu et les segments cachés en pointillé. On peut évidemment toujours voir les figures autrement. Le point de vue adopté est celui-ci : le cube est placé devant l'observateur, la face de devant dans un plan frontal.

Vu et caché dans des assemblages de cubes avec Cabri. – Ouvrir le menu `brochure1.men` et ensuite ouvrir le fichier `enonce_3.fig`. L'élève se trouve devant l'écran suivant :

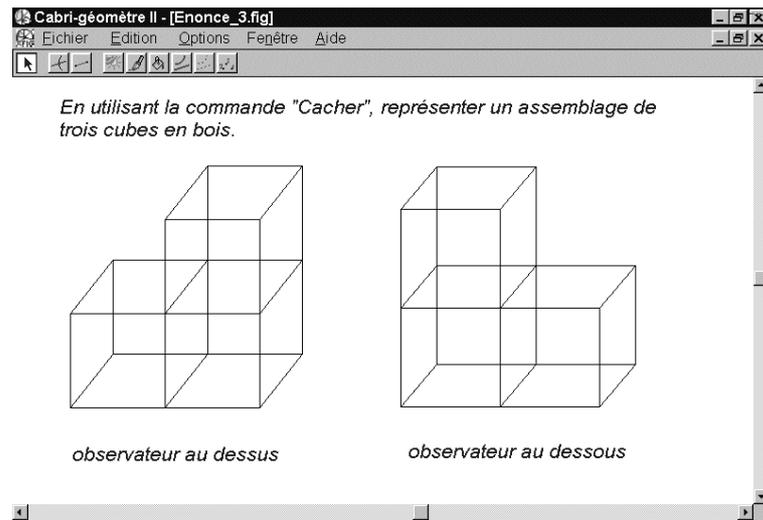


Fig. 18

En n'utilisant que la commande **Cacher-Montrer**, il ne peut arriver qu'à deux solutions (figures 19 et 20). Ceci laisse un sentiment d'insatisfaction : un des segments ne peut être dessiné avec la longueur appropriée. En effet, cette commande permet de cacher ou de montrer des segments déterminés par deux points et non des morceaux de segments.

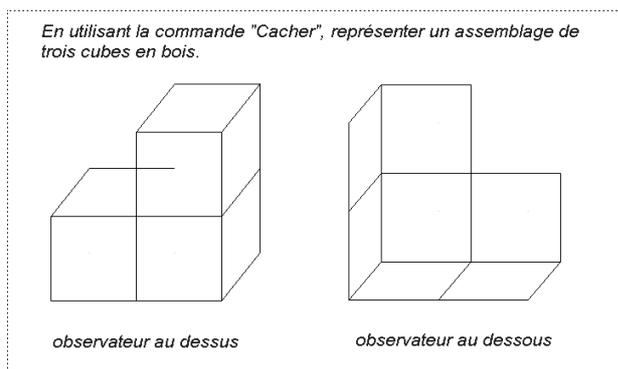


Fig. 19

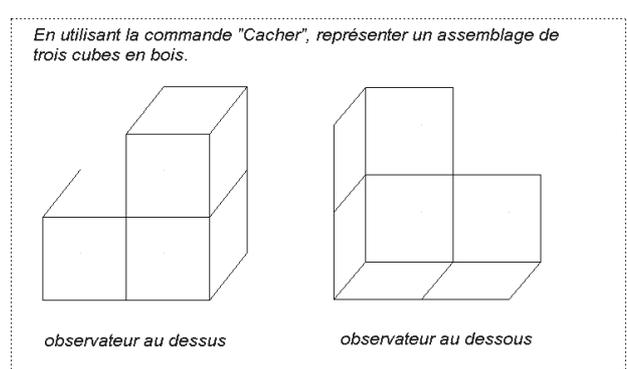


Fig. 20

Pour arriver à une solution satisfaisante (figure 21 à la page suivante), il faut définir un nouveau segment :

- la commande **point** sur deux objets permet de déterminer un nouveau point à l'intersection de deux segments ;
- la commande **segment** permet de déterminer un nouveau segment par deux points.

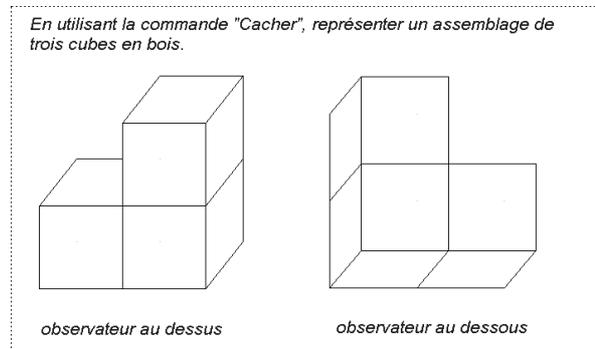


Fig. 21

Ouvrir le menu `brochure1.men` et ensuite ouvrir le fichier `enonce_31.fig`. L'élève se trouve devant l'écran suivant :

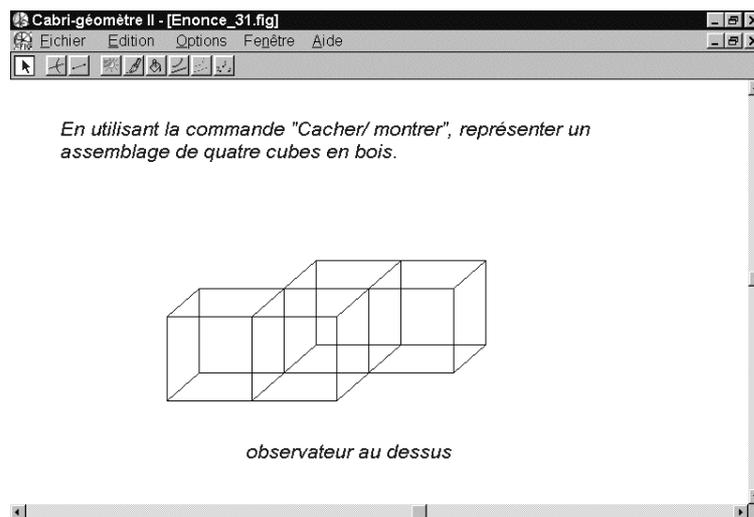


Fig. 22

Cet exercice ne présente pas de difficulté nouvelle.

Voici encore deux exercices du même type : ouvrir `enonce_32.fig` et `enonce_4.fig`.

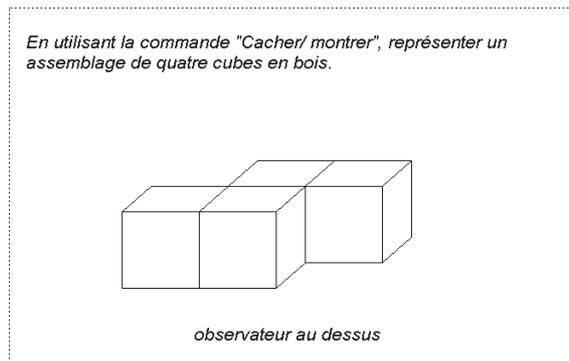


Fig. 23

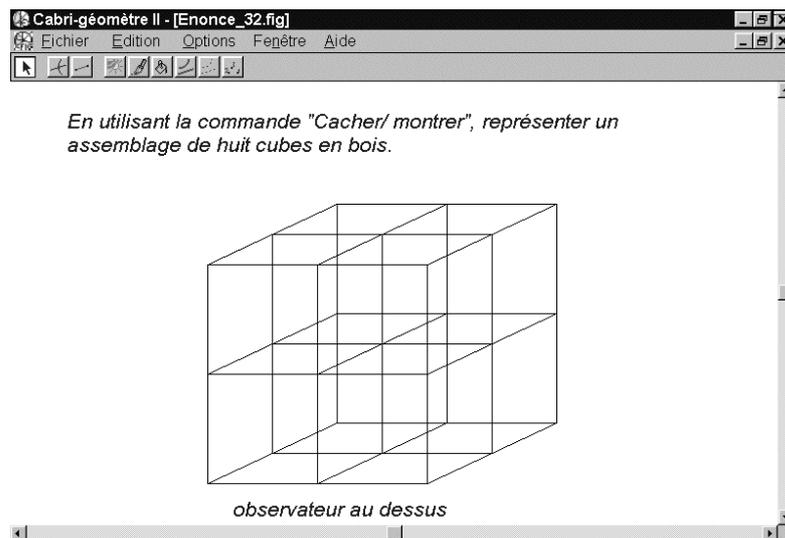


Fig. 24

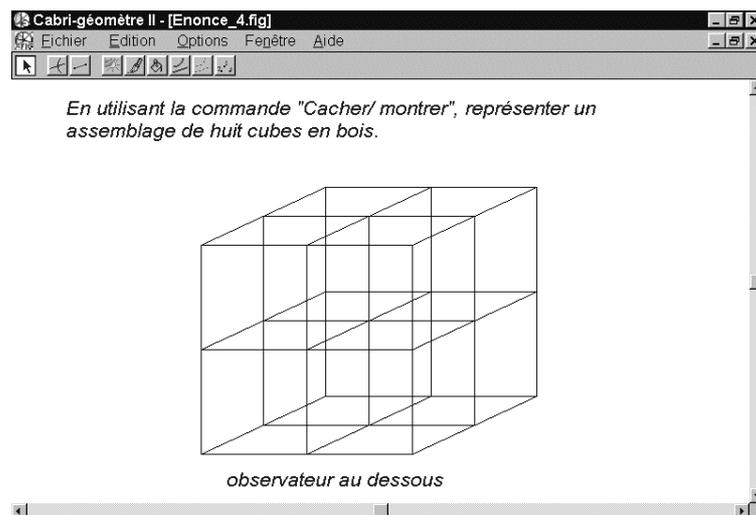


Fig. 25

Voici les solutions :

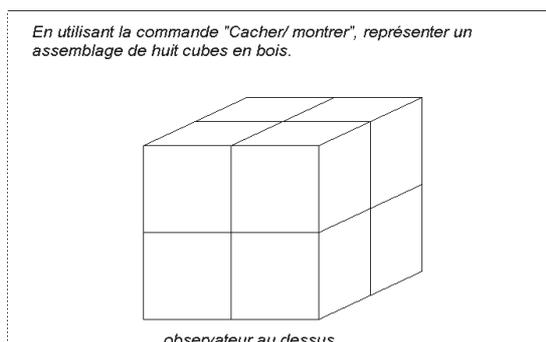


Fig. 26

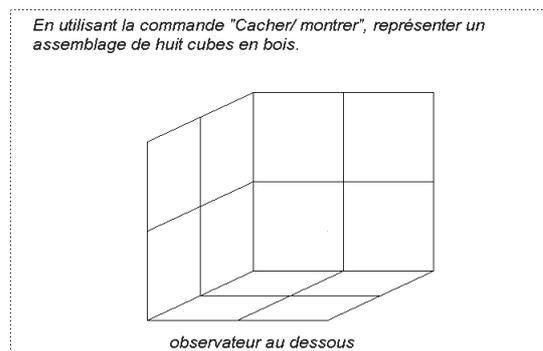


Fig. 27

La deuxième question (figure 25 à la page précédente) est techniquement de la même difficulté. La vue du dessous est toutefois plus difficile à percevoir.

Supprimer des cubes avec Cabri. – Ouvrir le menu `brochure1.men` et ensuite ouvrir le fichier `enonce_5.fig`. L'élève se trouve ensuite devant l'écran suivant :

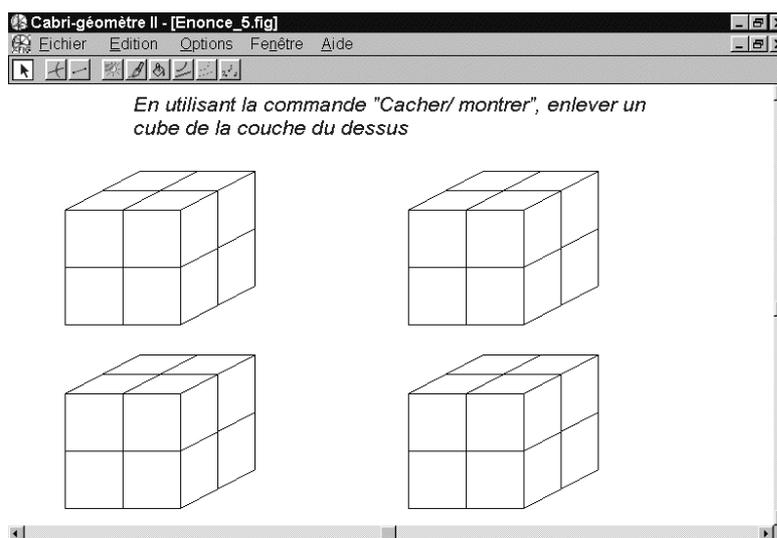


Fig. 28

Ces exercices présentent des difficultés très différentes selon la position du cube que l'on veut enlever.

La figure 29 à la page suivante montre une solution qui n'utilise que la commande `cache`.

La figure 30 montre une solution qui utilise `cache` et `montr`.

La figure 31 à la page suivante montre deux solutions qui demandent en plus de créer de nouveaux segments.

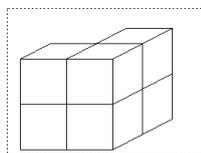


Fig. 29

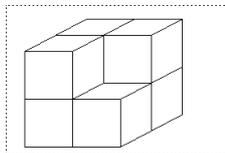


Fig. 30

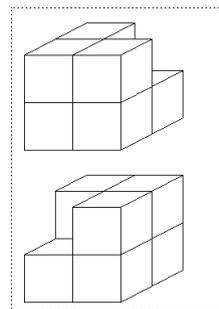


Fig. 31

Pointillés avec Cabri. – Ouvrir le menu `brochure1.men` et ensuite ouvrir le fichier `enonce_6.fig`. L'élève se trouve ensuite devant l'écran suivant :

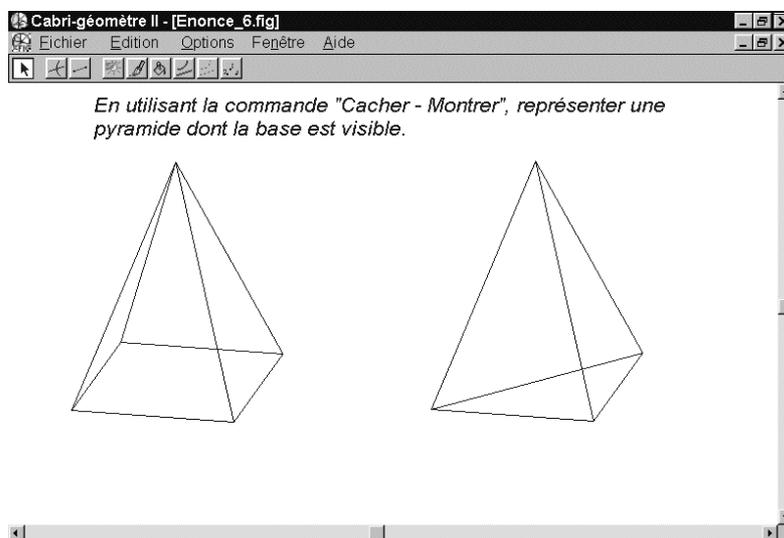


Fig. 32

La représentation des deux pyramides, bases visibles, ne pose pas de problème (figure 33).

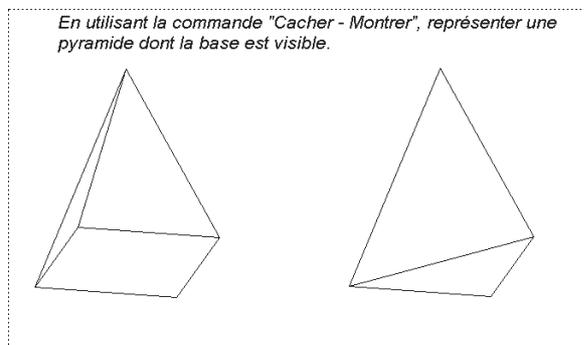


Fig. 33

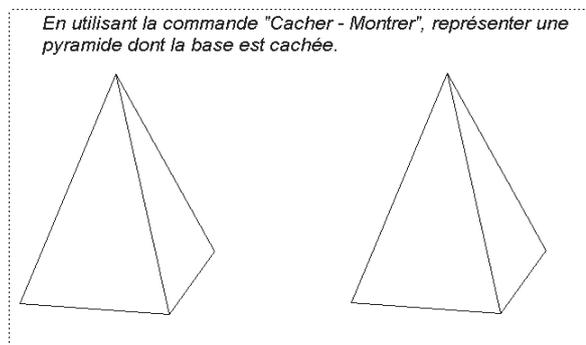


Fig. 34

Par contre, la représentation des mêmes pyramides dont les bases sont cachées (charger le fichier `enonce_60.fig`), provoque une situation ambiguë (figure 34).

Pour représenter les arêtes cachées, c'est le moment d'utiliser la convention du pointillé qui a été rencontrée lors de l'utilisation de la commande `Cacher-Montrer`. Il faut pour cela charger le fichier `enonce_61.fig`.

L'élève se trouve devant l'écran suivant :

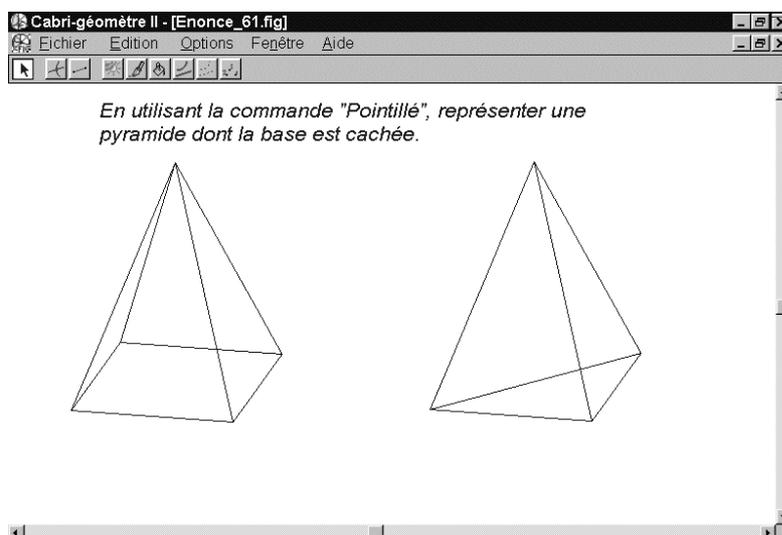


Fig. 35

La comparaison des solutions des deux derniers exercices (figures 34 et 36) permet de bien se rendre compte des informations apportées par les pointillés.

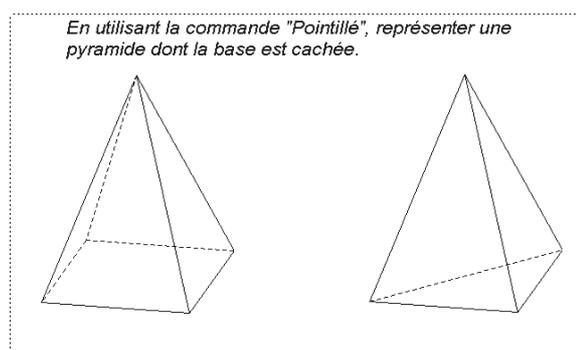


Fig. 36

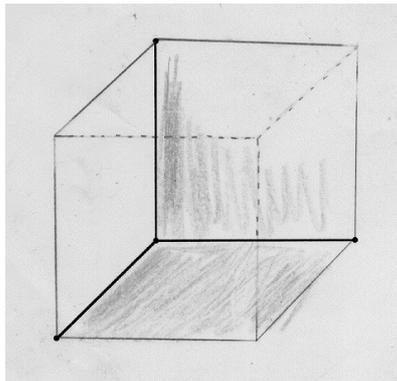
Synthèse. – Cette activité ne requiert pas de synthèse : elle vise essentiellement un savoir-faire qui repose sur la perception.

Échos des classes

Dans la classe de première année, cette activité s'est révélée pratiquement impossible à réaliser. La fiche 33 a posé d'énormes difficultés aux élèves.

En effet, tous ceux qui s'étaient contentés de prolonger les arêtes et de reporter les distances dans l'activité « dessiner un assemblage de cubes » ont été incapables de gérer les trois séries de parallèles à tracer dans chaque représentation. Même la reconstitution de certaines représentations avec des quadrilatères en carton à partir du squelette de départ s'est révélé trop difficile pour certains. Le professeur a donc décidé de postposer la suite des activités à l'année suivante.

Les quatre premiers dessins de la fiche 33 ont été complétés facilement dans la classe de deuxième et, moyennant quelques interventions du professeur, tous les élèves sont arrivés à manipuler les instruments. Par contre les deux derniers dessins, qui présentent des cubes vu du dessous, ont posé problème à plusieurs, d'autant plus que, dans la version expérimentée, la consigne de coloriage n'était pas donnée. C'est d'ailleurs en dépannant un élève que nous avons découvert le caractère éclairant de celle-ci : ne voyant pas au départ qu'il s'agissait d'un cube vu du dessous, Peter avait dessiné en traits pleins toutes les arêtes et ne savait plus comment poursuivre. La seule indication de colorier la face du dessous et d'ébaucher le coloriage de la face frontale a suffi à l'éclairer.



Peter

6 Dessiner les points sur un dé

De quoi s'agit-il ?

Après avoir appris à dessiner un cube, on apprend à dessiner *sur* un cube : on place les points d'un dé sur des représentations en perspective parallèle de celui-ci.

Enjeux

Les propriétés utilisées pour partager un segment en deux parties égales sont étendues au partage en quatre parties égales : on utilise les propriétés d'incidence et on recourt à un réseau de parallèles équidistantes pour partager un segment.

Matières. – *Développement du cube.*

La perspective cavalière comme mode de représentation de solides qui conserve le rapport entre segments de droites parallèles.

Approche des projections parallèles : partage d'un segment par un faisceau de droites parallèles.

Compétences. – Passer d'un objet de l'espace à une représentation plane et réciproquement.

Indiquer la position de l'observateur.

Imaginer l'objet ou sa position d'après sa représentation.

De quoi a-t-on besoin ?

La fiche de travail 41.

Un dé de grand format ou plusieurs dés ordinaires. Il est relativement facile de réaliser un grand dé en polystyrène (frigo-lite) et d'utiliser des aiguilles à tête colorée pour faire les points. Que ce soit avec de tels dés ou avec des dés du commerce, il faut que la disposition des points soit la même que celle proposée dans la fiche. (Il y a en effet des dés qui, tout en vérifiant les conventions énoncées ci-après, orientent autrement les dessins de deux points, de trois points et de six points.)

Comment s'y prendre ?

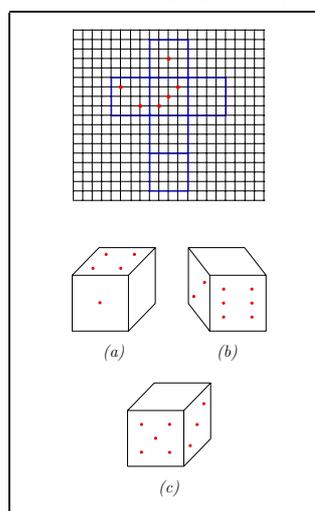
Tout en observant des dés, on énonce deux propriétés :

- sur un dé, la somme des points de deux faces parallèles vaut toujours 7 ;
- sur chaque face, les points sont centrés sur les nœuds d'un quadrillage qui partage chaque arête en quatre.

On présente ensuite la fiche de travail 41 avec la consigne suivante :

Compléter les dessins, sans recourir aux dés disponibles dans la classe.

Fiche 41 (page 241)



Compléter le marquage du développement conduit à bien intégrer les deux règles et prépare la suite du travail.

Pour compléter les dessins en perspective, il s'agit d'abord de déterminer le nombre de points. Y arriver à partir du développement stimule l'imagination spatiale bien plus que le recours au dé.

La face latérale du dessin (a) comporte cinq points. Pour les placer, on détermine par mesure le milieu de chaque arête, puis le milieu de chaque moitié. Ce procédé est applicable aussi bien pour des arêtes sur une face frontale que pour des fuyantes.

Comme les cinq points appartiennent à des diagonales, on peut vérifier la précision du quadrillage. On voit apparaître deux réseaux de parallèles équidistantes qui partagent non seulement les arêtes, mais aussi les diagonales. On rencontre ainsi une forme particulière du théorème de Thalès.

Après un travail libre sur le cube (a) et une mise en commun des méthodes, les élèves sont invités à compléter les dessins (b) et (c), avec la consigne d'éviter de recourir à des mesures.

Synthèse. – La synthèse a pour but de mettre au point, à partir des propriétés des diagonales et des médianes d'un parallélogramme, le partage d'un segment en quatre par un réseau de parallèles équidistantes.

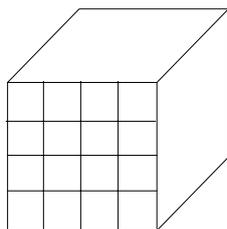
En un premier temps, on travaille sur une seule face du cube, représentée par un parallélogramme. En un second temps, on procède au quadrillage des trois faces vues.

Le travail des élèves consiste à rédiger avec l'enseignant les commentaires qui accompagnent la suite des tracés.

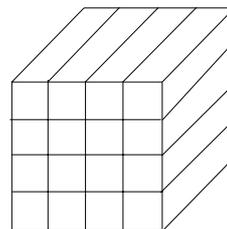
Quadriller le dessin d'une face

	<p>Pour quadriller la face supérieure d'une représentation en perspective cavalière d'un cube, on peut partager en quatre parties égales les arêtes vues en vraie grandeur et aussi les arêtes fuyantes.</p> <p>On sait que chaque diagonale d'un parallélogramme passe par l'intersection des médianes.</p> <p>On observe cela non seulement pour le parallélogramme extérieur, mais aussi pour les quatre parallélogrammes dessinés à l'intérieur.</p> <p>Une nouvelle méthode pour quadriller le dessin de la face supérieure apparaît :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. On trace un premier réseau de parallèles équidistantes et une diagonale. 2. À partir de chaque intersection, on construit l'autre réseau de parallèles.
--	---

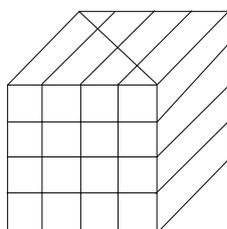
À partir du quadrillage d'une face, quadriller les autres faces



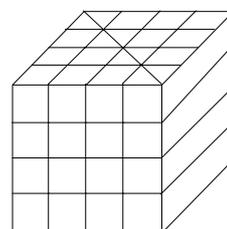
1. À partir du quadrillage de la face frontale, on peut, sans faire aucune mesure, quadriller les autres faces.



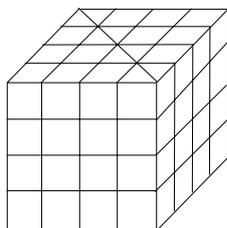
2. À partir des points de division de deux arêtes de la face frontale, on mène des parallèles aux arêtes fuyantes.



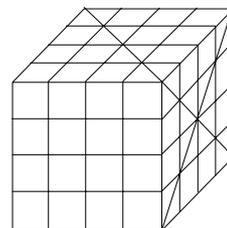
3. On trace la diagonale de la face supérieure.



4. On utilise les points de division de la diagonale pour tracer un second réseau de parallèles sur la face supérieure.



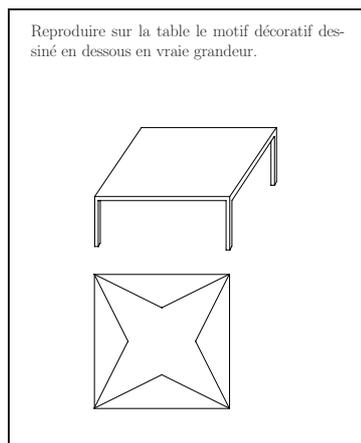
5. Les arêtes fuyantes sont ainsi partagées en quatre parties égales. On peut mener un nouveau réseau de parallèles dans la face de droite.



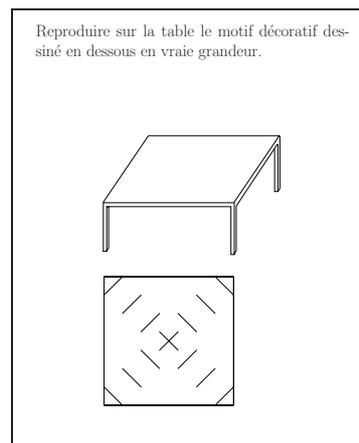
6. On vérifie que les diagonales de la face de droite passent bien par les nœuds du quadrillage.

Exercices. – Dans les fiches 42 et 43, le motif proposé en vraie grandeur est placé de manière à pouvoir être dessiné en perspective sur la table, grâce aux seules propriétés d'incidence et de parallélisme, sans qu'on doive mesurer ou reporter de longueur. C'est l'occasion d'exercer la nouvelle technique de partage d'un segment à partir des diagonales et de réseaux de parallèles.

Fiche 42 (page 242)



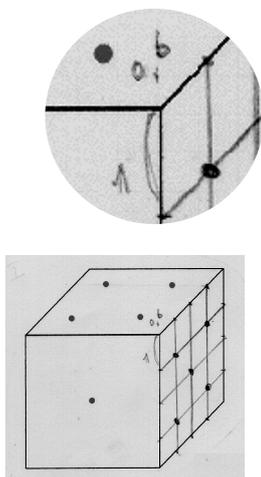
Fiche 43 (page 243)



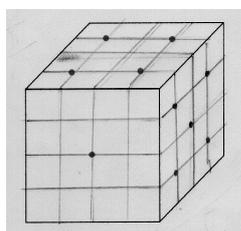
Échos des classes

Compléter le développement (fiche 41) n'a guère posé de problèmes. Aucun élève n'a dû recourir à un dé, ni même à un cube. Ils ont découvert facilement aussi qu'il faut placer cinq points sur la face de droite du cube (a) et trois points sur la face supérieure du cube (b). Par contre, pour le dessin (c), le recours à un dé a été fréquent.

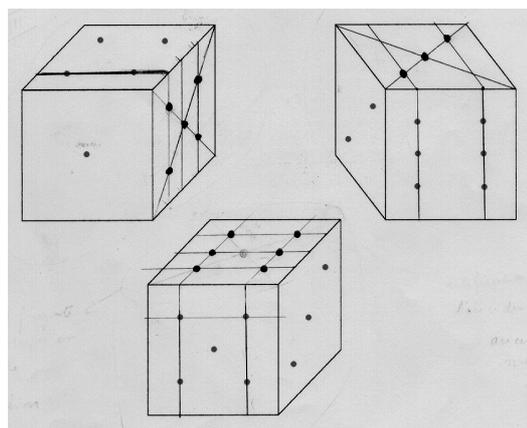
Pour positionner les cinq points du dessin (a), la plupart des élèves ont commencé par dessiner un quadrillage complet sur la face, voire sur toutes les faces. Pour y parvenir, certains ont divisé en quatre les mesures des arêtes de la face frontale et ont spontanément divisé aussi celles des fuyantes (voir le dessin d'Elisabetta). D'autres ont utilisé les points des autres faces (Peter). Stéphanie a astucieusement utilisé les points de la face supérieure pour obtenir le quart de l'arête fuyante et a tracé les diagonales de la face latérale !



Elisabetta



Peter



Stéphanie

Après une mise en commun des méthodes, il est demandé aux élèves de travailler à l'économie et de tracer le moins de segments possibles. Stéphanie y est parvenue, sauf pour le cube (c) : elle n'a pas pensé à utiliser les trois points de la face latérale.

7 **Vraie grandeur**

De quoi s'agit-il ?

Au départ d'un dessin en perspective parallèle d'une figure inscrite dans un cube, construire cette figure en vraie grandeur. Les figures choisies se limitent ici à quelques quadrilatères et triangles dont les sommets et les côtés sont des éléments d'un cube en position frontale.

Enjeux

L'aller et retour entre un cube et ses représentations se précise : l'objet réel doit être imaginé, puis dessiné à partir d'une représentation. Le cube réel peut aider à lever un doute ou servir à des vérifications, il n'est plus le point de départ.

Dans une représentation plane, les propriétés d'une figure ne sont pas données d'emblée par le dessin, il faut les établir en se référant tant aux propriétés de l'objet réel, qu'à celles de la perspective parallèle ou à celles de figures planes. C'est une démarche qui contribue de manière significative à l'apprentissage de la démonstration.

Matières. – *Construire une figure correspondant à des conditions données.*

Rechercher les propriétés qui suffisent à la construction d'un triangle, d'un quadrilatère.

Compétences. – *Repérer les éléments qui se correspondent sur la représentation et sur l'objet.*

Dans une représentation plane d'un objet de l'espace, repérer les éléments vus en vraie grandeur.

Justifier une construction à partir de propriétés.

De quoi a-t-on besoin ?

Les huit fiches de travail 44 à 51.

Les instruments de dessin habituels.

Un cube en tiges dont l'arête a la même longueur que celle des cubes présentés dans les fiches.

Prérequis. – On suppose que les élèves connaissent les propriétés essentielles des quadrilatères et des triangles, qu'ils ont déjà construit des figures planes aux instruments et réalisé qu'il n'est pas nécessaire de connaître tous les éléments d'une figure pour la construire.

Comment s'y prendre ?

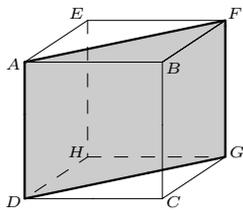
Les élèves reçoivent les huit fiches de travail en une fois. Le professeur les guide pour réaliser la première figure. À cette occasion, il précise la consigne et met en place une méthode de travail.

Pour que les élèves réalisent mieux ce que signifie l'expression *faire un dessin en vraie grandeur*, on peut en préciser le sens : une fois réalisé, le dessin de la figure doit pouvoir être découpé et placé dans le cube réel.

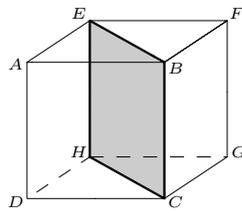
Le but du travail étant de reconstituer les dimensions réelles à partir d'une représentation, il va de soi que le recours au cube ne devrait intervenir que pour se faire une idée du dessin à construire.

Fiches 44 à 51 (pages 244 à 251)

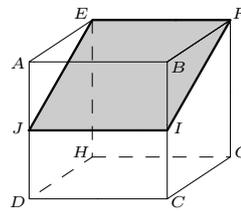
Dessiner en vraie grandeur chacune des figures grisées.



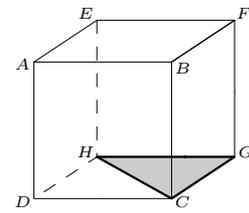
Fiche 44



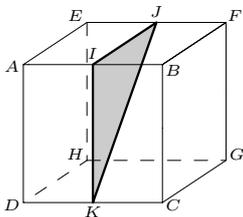
Fiche 45



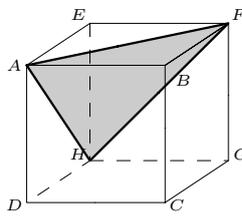
Fiche 46



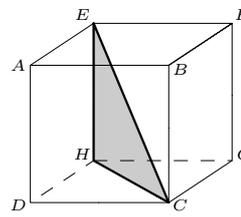
Fiche 47



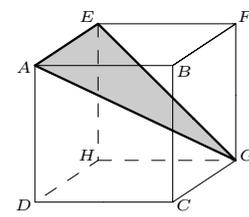
Fiche 48



Fiche 49



Fiche 50



Fiche 51

Voici par exemple comment peut se dérouler la première fiche :

1. *Imaginer et prévoir.* Réaliser par exemple que le quadrilatère coupe le cube en deux solides identiques, qu'un côté du quadrilatère est horizontal, l'autre vertical et prévoir ainsi que ce qui apparaît sur le dessin comme un parallélogramme est en réalité un rectangle.
2. *Repérer les éléments de la figure qui sont représentés en vraie grandeur.* Les segments $[AD]$ et $[FG]$ représentent des arêtes verticales du cube, elles sont dessinées en vraie grandeur.
3. *Trouver la vraie grandeur d'autres éléments de la figure.* Les segments $[AF]$ et $[DG]$ sont des diagonales de faces qui ne sont pas représentées en vraie grandeur. On peut trouver leur vraie grandeur en traçant une diagonale de la face avant ou de la face arrière. Le segment $[AC]$ par exemple est une vraie grandeur de la diagonale d'une face du cube.
4. *Repérer des angles droits.* Sur le cube réel, les angles du quadrilatère en question sont droits.
5. *Vérifier qu'on possède assez d'éléments pour construire la figure.* Le quadrilatère à construire a deux paires de côtés opposés de même longueur et ses angles sont droits. C'est un rectangle dont on connaît la longueur et la largeur.
6. *Construire la figure, confronter le résultat à la prévision, et vérifier à l'aide du cube.*

Synthèse. – L’objectif de cette synthèse est de rassembler et de résumer quelques observations qui peuvent servir dans les constructions en vraie grandeur de figures inscrites dans un cube.

Rédiger des phrases en regard de dessins (ou réciproquement) pour dégager des propriétés, contribue à doter l’élève du langage et de modes de pensée propres aux démonstrations géométriques.

La synthèse se fait en trois étapes :

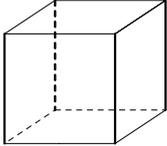
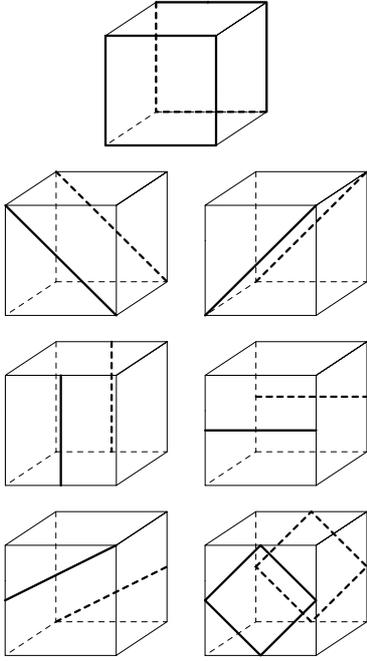
Chaque élève reçoit une série de dessins de cubes avec une face frontale. Il y dessine divers segments vus en vraie grandeur.

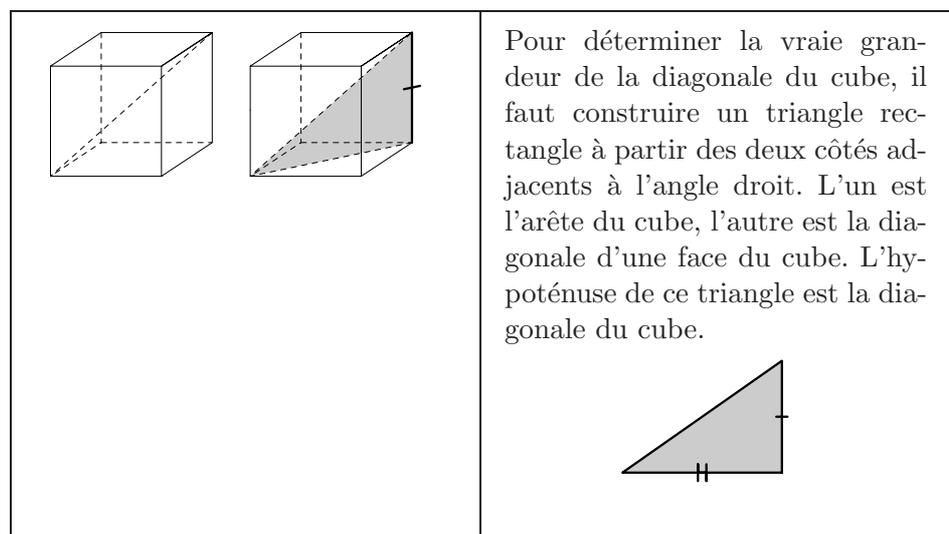
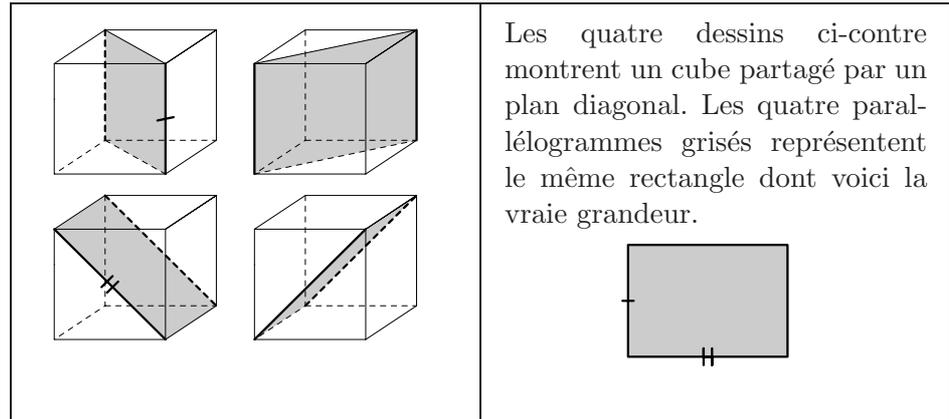
On lui demande ensuite de représenter quatre plans diagonaux et de construire leur vraie grandeur.

Enfin, il décrit la recherche de la vraie grandeur de la diagonale du cube.

La mise en commun aboutit à un texte dont voici un exemple. Il va de soi que l’élève ne doit pas mémoriser cette synthèse, mais il doit être capable de retrouver seul les éléments dont il a besoin et de les utiliser.

Éléments représentés en vraie grandeur pour un cube dessiné en position frontale.

	<p>Toutes les arêtes verticales d’un cube en position frontale sont dessinées en vraie grandeur.</p>
	<p>Tout segment de la face avant et de la face arrière d’un cube en position frontale est dessiné en vraie grandeur.</p>

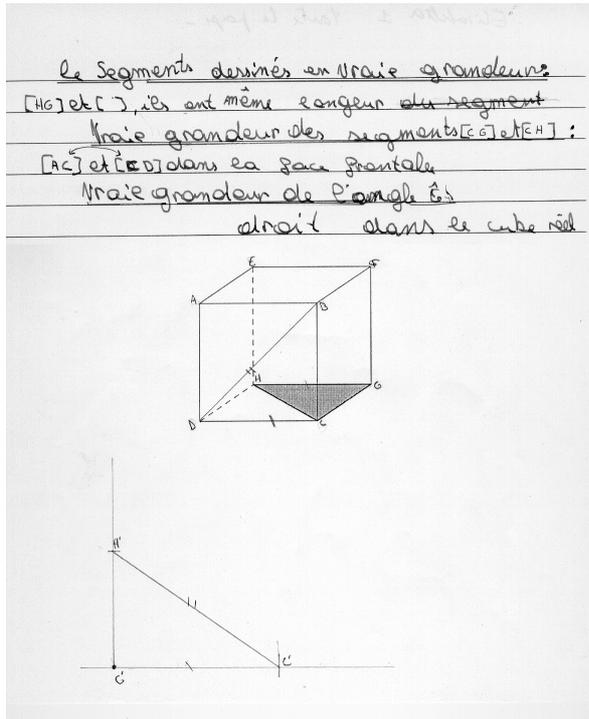


Échos des classes

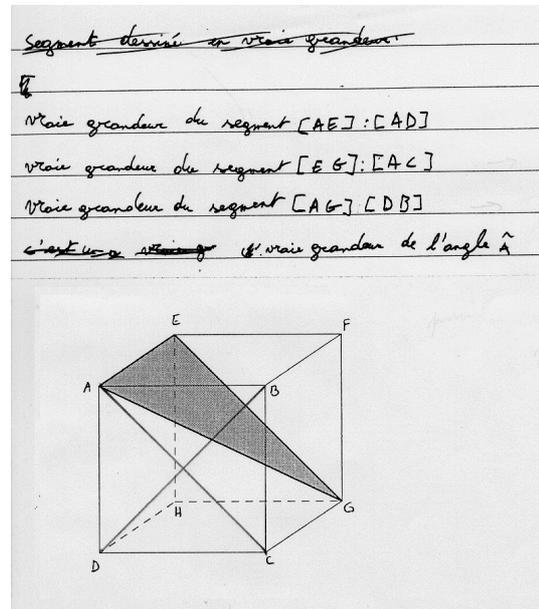
Après avoir réalisé le premier exercice avec le professeur, les élèves ont été invités à suivre les mêmes étapes et à les noter sur leur feuille avant de réaliser le dessin. Pour la fiche 45, aucun élève n'a réalisé d'emblée qu'il s'agit du même rectangle que celui de la fiche 44. Par contre, ils y sont arrivés après avoir repéré les vraies grandeurs. Les fiches 46 à 49 ont posé des difficultés à ceux qui n'avaient pas compris la signification de l'expression *vraie grandeur*. Ils se sont attachés à repérer des segments de même longueur sur le dessin, plutôt qu'à repérer un segment de la face avant (ou arrière) qui est dessiné en vraie grandeur. Pour d'autres, la consigne de laisser des traces écrites des différentes étapes les a absorbés au point de d'inhiber leur imagination visuelle. Elisabetta (dessin à la page suivante) par exemple, après une description correcte de ses observations, s'est embrouillée dans ses reports. Elle n'avait visiblement pas prévu que le triangle à dessiner était un demi carré !

Une nouvelle difficulté a surgi lorsque la vraie grandeur d'un segment ne pouvait être déterminée à partir d'une face frontale. C'était le cas pour un côté du triangle dans les fiches 50 et 51. Jonathan (dessin à la page suivante) par exemple a assimilé une diagonale du cube à une diagonale d'une face.

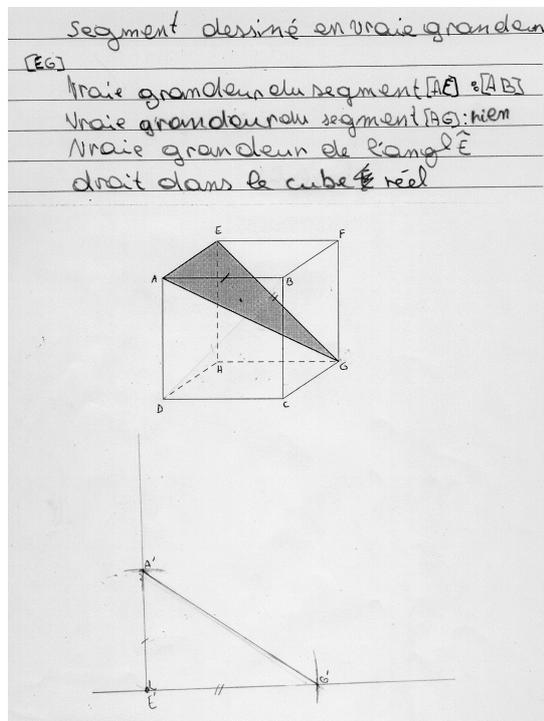
Elisabetta par contre a fait preuve ici d'une très bonne organisation de ses observations et de ses tracés.



Elisabetta : fiche 47



Jonathan : fiche 51



Elisabetta : fiche 51

8 Quel milieu ?

De quoi s'agit-il ?

Analyser un dessin de maison en perspective centrale, contraster quelques propriétés de cette perspective avec celles de la perspective parallèle et produire quelques dessins de bâtiments en perspective centrale.

Enjeux

Mettre en évidence les liens entre parallélisme et conservation du milieu. Utiliser les propriétés d'incidence.

Matières. – *Découverte et énoncé de propriétés liées aux configurations de Thalès.*

Problèmes de construction, recherche et démonstration de propriétés.

Compétences. – *Effectuer et interpréter des représentations planes de figures de l'espace en se fondant sur les propriétés de telles représentations.*

Dans une démonstration, utiliser les propriétés des proportions.

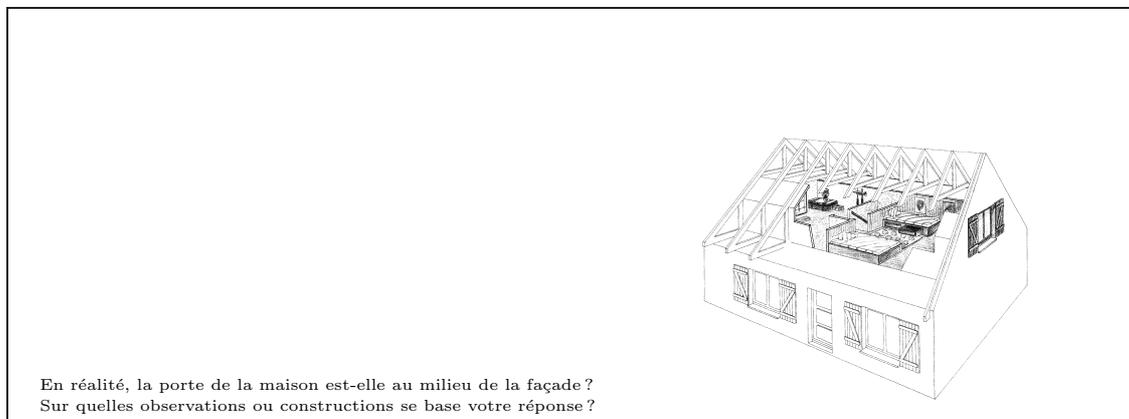
De quoi a-t-on besoin ?

Les instruments de dessin habituels et les fiches de travail présentées en annexe (fiches 52 à 56, pages 252–256).

Comment s'y prendre ?

Le milieu de la façade. – La fiche 52 est soumise à une réflexion individuelle. Le professeur sollicite des avis écrits.

Fiche 52 (page 252)



Une mise en commun s'ensuit. La confrontation débouche sur la question du milieu : les diagonales et les médianes du rectangle de façade ne désignent pas le même point. Voici quelques exemples de considérations :

- le milieu du segment qui représente le bas du mur de façade coïncide avec le milieu de la porte (figure 37a à la page suivante).
- La fenêtre de gauche est plus éloignée du mur extérieur que la fenêtre de droite. Ce qui semble indiquer que la porte n'est pas au milieu.

- La hauteur de la maison est représentée par un segment plus court à l'arrière-plan qu'à l'avant-plan, donc deux segments égaux ne sont pas représentés par des segments égaux.
- Lorsqu'on prolonge des représentations de segments parallèles dans la réalité, on constate qu'ils convergent en un même point (figure 37b). Ce n'est donc pas une perspective parallèle.
- La fenêtre de gauche, qui donne l'impression d'être identique dans la réalité à celle de droite, est dessinée plus petite. On met en doute les arguments basés sur des mesures.
- L'intersection des diagonales du dessin du mur n'est pas au milieu de la porte, mais se situe plus vers l'arrière (figure 37c).
- La cinquième ferme du toit, qui est celle du milieu, est presque au dessus de l'intersection des diagonales (figure 37d).

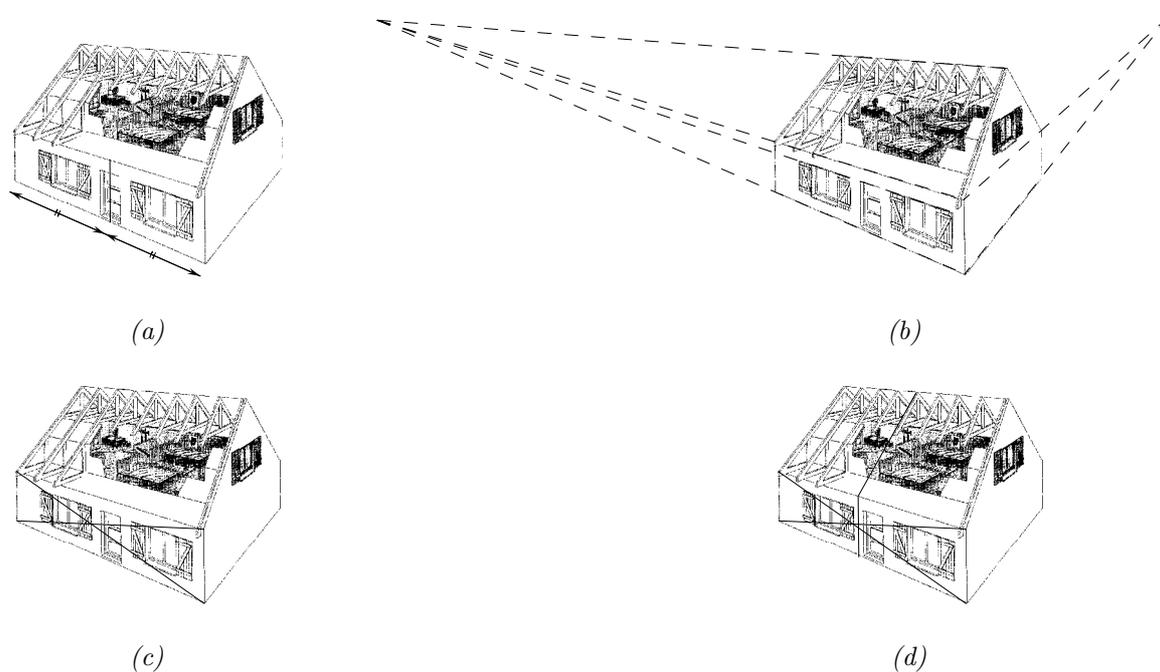
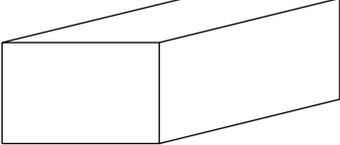
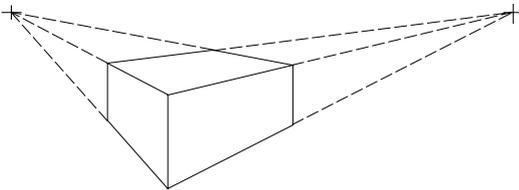
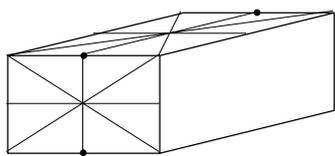
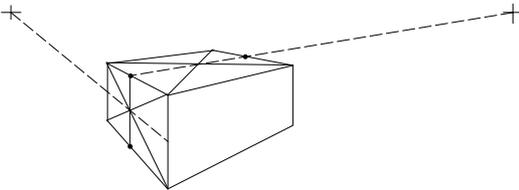


Fig. 37

Tout ceci conduit à conclure que dans la réalité la porte n'est pas au milieu du mur et que c'est l'intersection des diagonales qui représente ce « milieu ». Le professeur précise que le dessin de la maison est réalisé selon les règles de la *perspective à point de fuite* : les parallèles qui s'éloignent de l'observateur sont représentées par des droites qui convergent vers un même point.

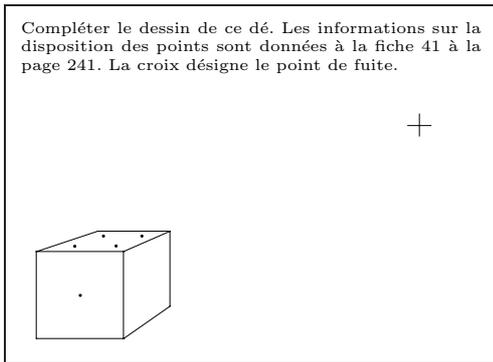
Synthèse. – La synthèse qui suit consiste en une comparaison entre quelques propriétés de la perspective parallèle et de la perspective centrale.

<p style="text-align: center;"><i>En perspective parallèle</i></p> <p>Les arêtes parallèles sont représentées par des segments parallèles.</p>  <p style="text-align: center;"><i>Fig. 38</i></p> <p>Dans la figure 38, il y a trois réseaux de segments parallèles entre eux.</p>	<p style="text-align: center;"><i>En perspective centrale</i></p> <p>Certaines arêtes parallèles sont représentées par des segments qui convergent vers un point de fuite.</p>  <p style="text-align: center;"><i>Fig. 39</i></p> <p>Dans la figure 39, il y a deux réseaux de segments qui convergent vers leur point de fuite et un réseau de segments verticaux, parallèles entre eux.</p>
<p>Le milieu d'un segment est représenté par un point situé au milieu du dessin de ce segment.</p> <p>Les segments parallèles et de même longueur sont représentés par des segments parallèles et de même longueur.</p>  <p style="text-align: center;"><i>Fig. 40</i></p>	<p>Le point qui représente le milieu d'un segment n'est pas toujours le milieu du dessin de ce segment.</p> <p>Les segments parallèles et de même longueur ne sont pas toujours représentés par des segments de même longueur.</p>  <p style="text-align: center;"><i>Fig. 41</i></p>

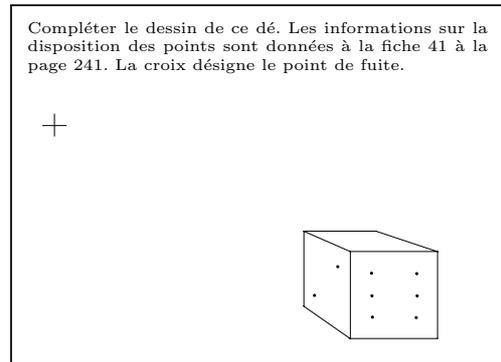
Dessiner des points sur un dé. – Les fiches 53 et 54 prolongent la fiche 41 à la page 241.

Il s'agit à présent de transposer des constructions en perspective parallèle à des dessins analogues en perspective centrale.

Fiche 53 (page 253)



Fiche 54 (page 254)



La figure 42 montre une façon de placer les cinq points.

- (a) L'intersection des diagonales détermine le centre de la face. Un premier point est placé.
- (b) Le dessin de la médiane horizontale passe par le centre et son prolongement passe par le point de fuite. Le dessin de la médiane verticale passe par le centre et est parallèle aux arêtes verticales du cube.
- (c) Les médianes partagent la face en quatre quadrilatères (ils représentent quatre carrés identiques). Les autres points de la face du dé sont déterminés par l'intersection des diagonales de ces quadrilatères.

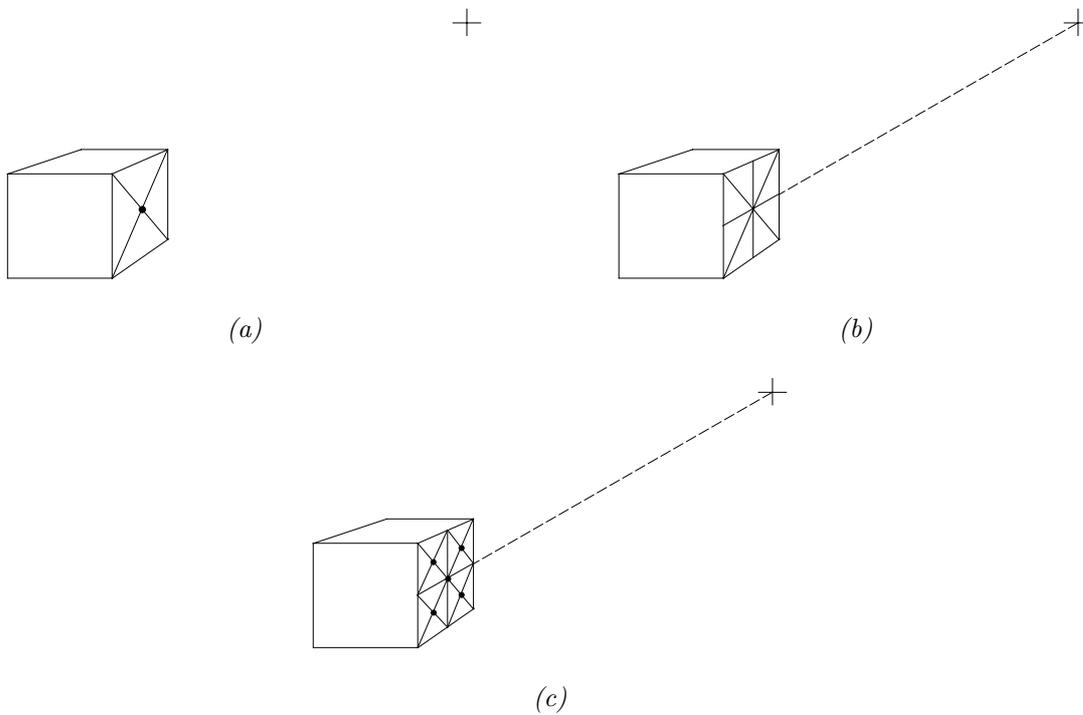
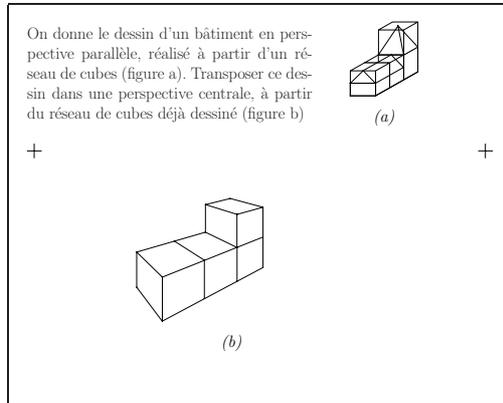


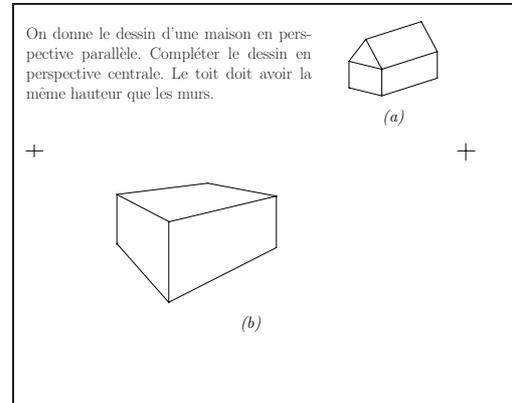
Fig. 42

Dessiner un bâtiment. – La fiche 55 utilise les mêmes propriétés de la perspective centrale que la fiche précédente, mais la transposition se fait à propos d'un dessin qui comporte deux points de fuite.

Fiche 55 (page 255)



Fiche 56 (page 256)



La figure 43 montre une construction qui n'utilise que des propriétés concernant les incidences de droites et de points et la représentation de parallèles. On peut utiliser ce dessin pour soulever la question de la conservation du milieu sur des segments verticaux. Cette question sera traitée complètement à la fiche 56 à la page 256.

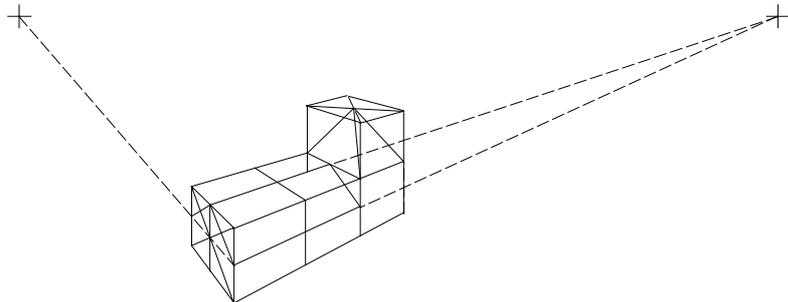


Fig. 43

Pour dessiner le toit de la maison (fiche 56), il faut déterminer l'axe de symétrie du mur gauche et y placer une extrémité du faîte du toit. On le sait, cet axe passe par l'intersection des diagonales de la face (figure 44 à la page suivante), mais comment faire pour y reporter la hauteur du mur ? Les égalités de distances ne sont pas respectées sur les fuyantes, mais qu'en est-il sur les verticales ?

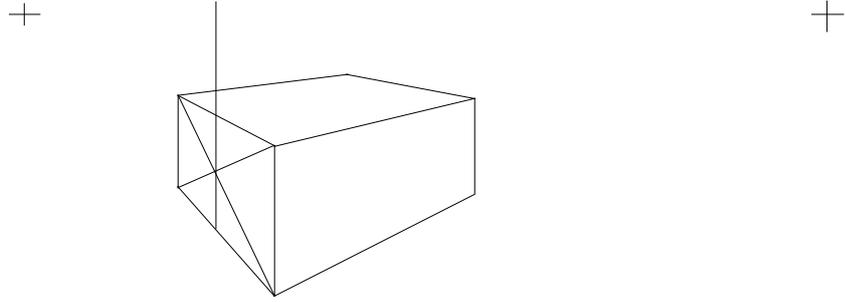


Fig. 44

Pour régler cette question, revenons au dessin du mur de gauche, que nous avons complété avec ses diagonales et trois fuyantes (figure 45). Examinons la fuyante qui passe par l'intersection des diagonales : coupe-t-elle les verticales en leur milieu ?

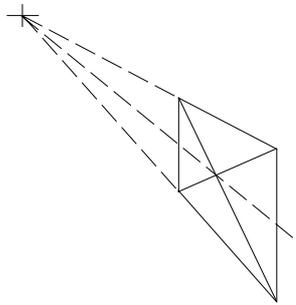
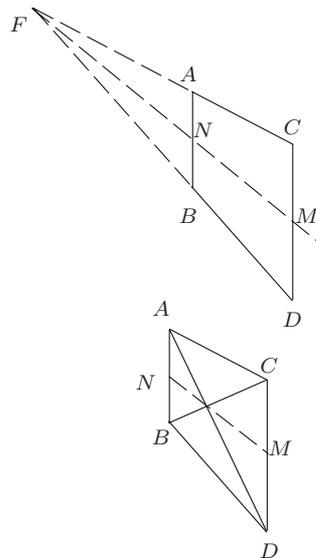


Fig. 45

On peut y voir plusieurs configurations de Thalès. Examinons deux sous-figures et écrivons les égalités de rapports qui en découlent.



Les droites AB et CD sont parallèles. On a :

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AN}{CM}$$

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AN}{DM}$$

De cette double égalité, on tire

$$\frac{AN}{CM} = \frac{AN}{DM} \text{ et } CM = DM.$$

La figure 46 montre une façon de dessiner le toit.

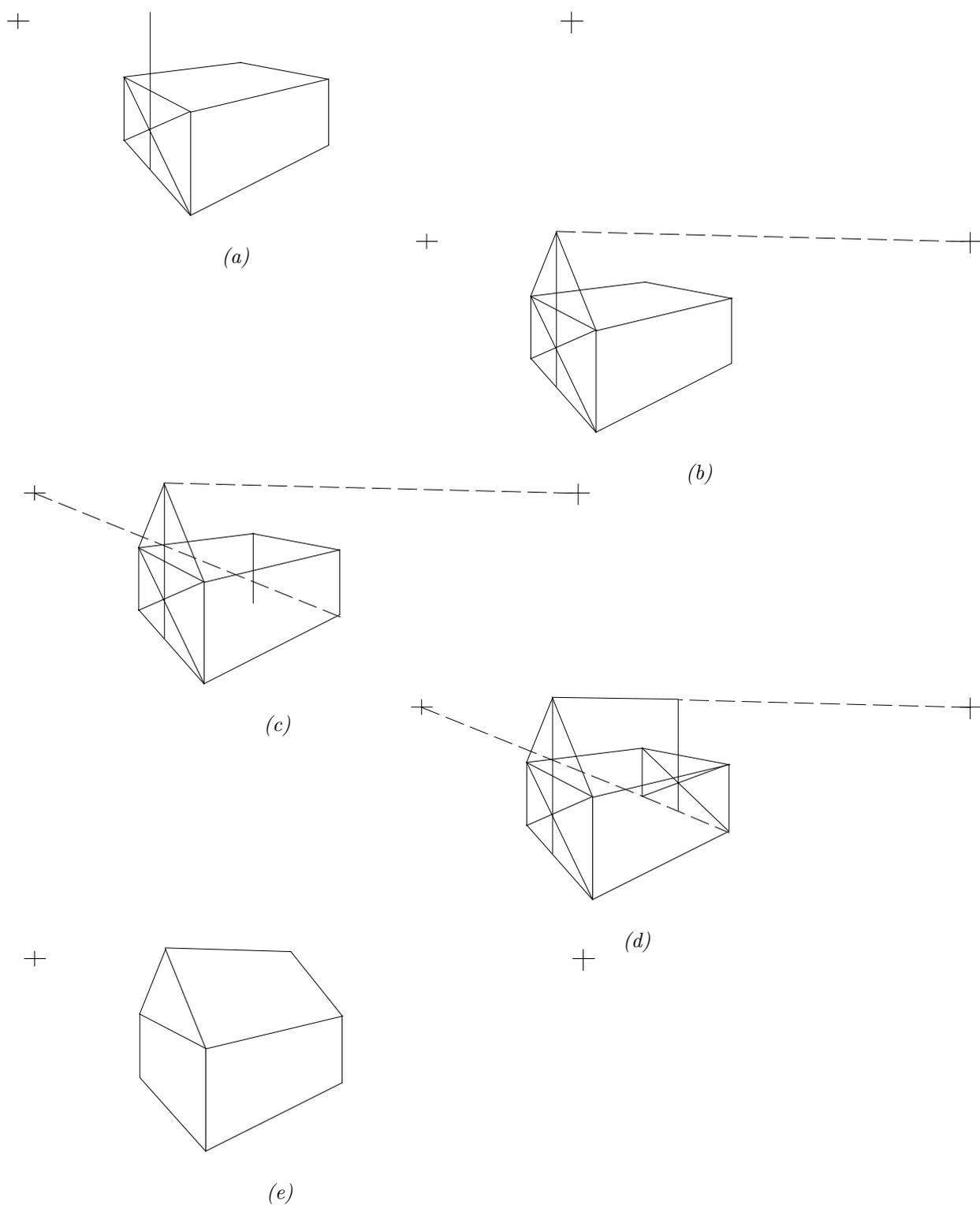


Fig. 46

Échos d'une classe

La question relative au milieu de la façade a suscité un vif intérêt dans la classe de troisième où la fiche a été expérimentée. Les considérations mises

en commentaire de la fiche (page 186) sont quasi textuellement celles des élèves. De nombreuses questions à propos de la perspective centrale ont surgi :

- Combien y a-t-il de points de fuite sur ce dessin ?
- Quels sont les points de fuite qui appartiennent à la ligne d'horizon ?
- Y a-t-il plus de deux points de fuite quand on dessine un cube ?
- Combien y a-t-il de points de fuite quand on dessine une sphère ?
- ...

Lors de la synthèse, les élèves se sont attelés à décrire la différence entre l'image d'une médiane en perspective parallèle et en perspective à point de fuite (le terme image était utilisé de manière spontanée et semblait bien maîtrisé).

Avec l'aide du professeur, ils ont mis au point les phrases suivantes :

- En perspective parallèle, l'image d'une médiane d'un carré est une médiane de l'image de ce carré.
- En perspective à point de fuite, l'image d'une médiane d'un carré n'est pas toujours une médiane de l'image de ce carré.

Les élèves ont évoqué à ce propos des énoncés de même forme concernant par exemple l'opposé et l'inverse d'une somme : l'opposé d'une somme est égale à la somme des opposés, mais l'inverse d'une somme n'est pas égale à la somme des inverses.

9 La perspective dans quelques œuvres d'art

De quoi s'agit-il ?

Analyser les perspectives utilisées dans des œuvres d'art.

Enjeux

Les activités précédentes ont enrichi les perceptions visuelles des objets et de leurs représentations. Ces perceptions sont désormais associées à quelques propriétés de la perspective parallèle et de la perspective centrale. Un autre regard peut être posé sur les façons de rendre la profondeur dans les œuvres d'art. Cette activité en propose quatre, issues de traditions très différentes.

Matières. – *Représentations planes de solides : comparaison de différents types de représentation.*

La perspective cavalière comme mode de représentation de solides qui conserve le parallélisme des droites.

Compétences. – *Interpréter des représentations planes en se fondant sur les propriétés de telles représentations.*

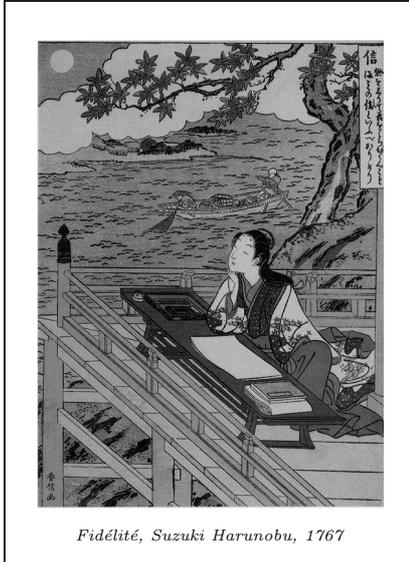
De quoi a-t-on besoin ?

Les quatre reproductions proposées dans les fiches 57 à 60.
Une règle, une équerre, un crayon.

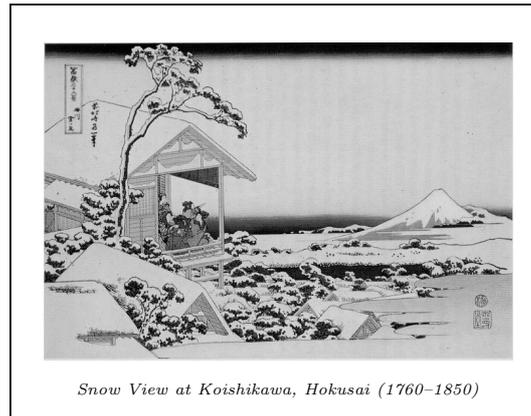
Comment s'y
prendre ?

Pour chaque reproduction, les élèves situent les différents éléments du tableau les uns par rapport aux autres et examinent comment sont rendus les effets de profondeur.

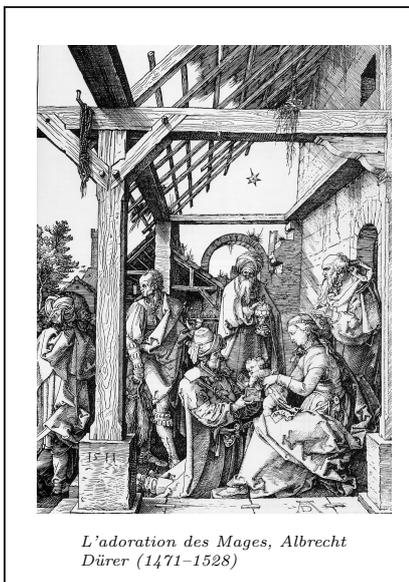
Fiche 57 (page 257)



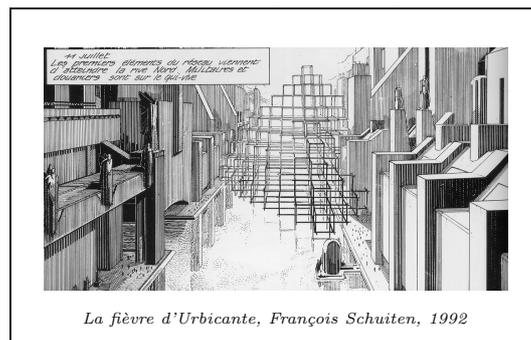
Fiche 58 (page 258)



Fiche 59 (page 259)



Fiche 60 (page 260)



La composition de l'estampe *Fidélité* est d'une grande clarté : à l'avant plan, sur un pont de bois, une geisha est accoudée à une table basse. La scène est vue du dessus. Un arbre occupe le second plan, une embarcation le troisième. A hauteur de la ligne d'horizon, une rive lointaine.

À l'avant-plan, ce sont d'abord des effets de vu et caché qui permettent de situer les éléments les uns par rapport aux autres : la balustrade passe

devant la table et derrière la geisha . . . Mais ce qui contribue le plus à l'effet de profondeur, c'est le pont. Il est apparemment dessiné en perspective parallèle. On en doute cependant pour ce qui concerne les fuyantes de la balustrade : on dirait qu'elles s'écartent l'une de l'autre dans la direction de la mer. On vérifie alors aux instruments : le parallélisme est respecté pour tous les éléments censés représenter des objets parallèles (figure 47).

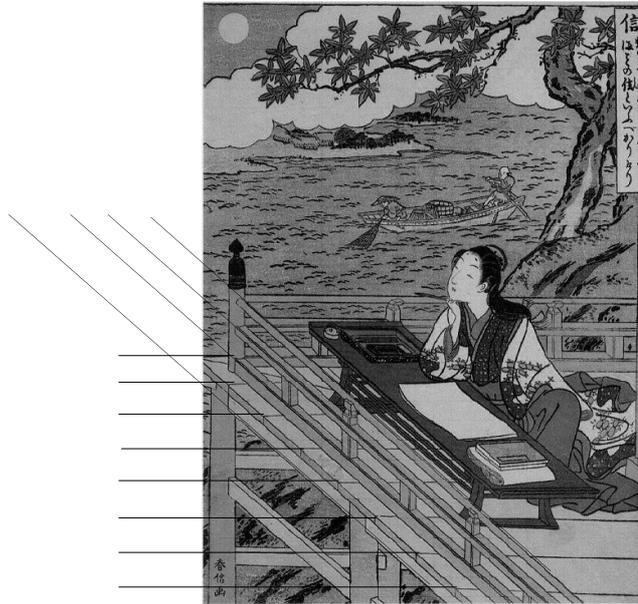


Fig. 47

L'impression donnée par les fuyantes de la balustrade peut s'expliquer de la sorte : dans un paysage, l'œil perçoit les parallèles comme des droites qui se coupent sur la ligne d'horizon, leur représentation par des parallèles donne donc une illusion d'optique qui les fait paraître divergentes.

Par contre, pour représenter le bateau, l'artiste restitue l'impression visuelle : ce qui est plus éloigné apparaît plus petit.

On peut donc dire que cette estampe utilise localement la perspective parallèle en y introduisant des éléments qui corrigent certains effets optiques liés à ce mode de représentation.

La composition de l'estampe *Snow View* est plus élaborée : le sujet principal, la maison qui domine le paysage, est au second plan. À l'avant-plan, un toit un peu plus grand que celui de la maison principale. La disposition et les dimensions des autres maisons suggèrent qu'elles sont situées en contre-bas. Dans le lointain, proche de la ligne d'horizon, le sommet d'une montagne.

La maison principale semble dessinée en perspective parallèle, mais la vérification aux instruments montre des déviations : c'est manifeste pour les fuyantes de la baie et celles du toit (figure 48 à la page suivante). Ceci sans doute pour corriger l'effet d'optique lié aux parallèles situées dans un paysage.

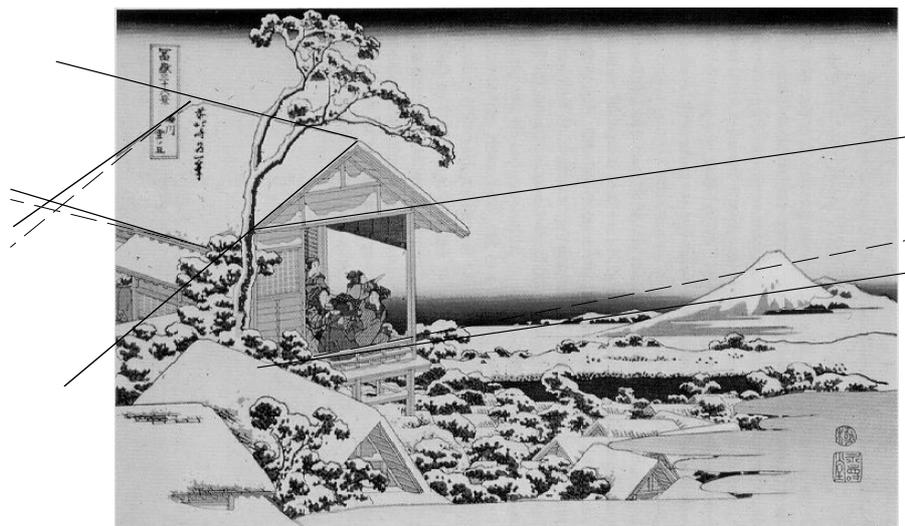


Fig. 48

Par ailleurs les planches constituant le mur sont localement dessinées parallèles entre elles. Les conclusions sont donc analogues aux précédentes.

Dans la gravure de *Dürer*, la disposition des personnages donne d'emblée une impression de profondeur et de communication entre les divers plans. Le bâtiment n'est certes pas dessiné en perspective parallèle. Pour vérifier s'il s'agit d'une perspective centrale, prolongeons les éléments censés représenter des parallèles (figure 49).

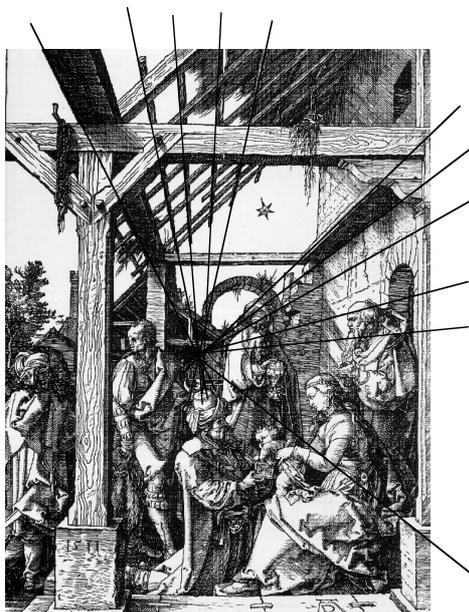


Fig. 49

Le bâtiment présente une face frontale, toutes les horizontales convergent vers un même point de fuite au centre de la gravure.

Tout en étant d'un style très différent, la composition de *Schuiten* est visiblement analogue à celle de *l'Adoration des mages* : une présentation

frontale en perspective centrale avec toutefois un point de fuite situé plus haut (figure 50).

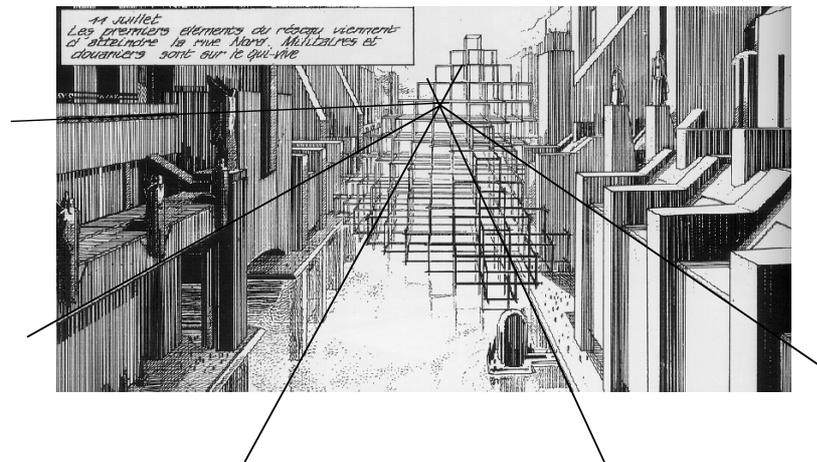


Fig. 50

Un zoom sur le réseau de cubes (figure 51) permet d'observer que de part et d'autre du point de fuite (situé sur la ligne d'horizon), le point de vue sur les cubes change : d'une vue du dessus on passe à une vue du dessous.

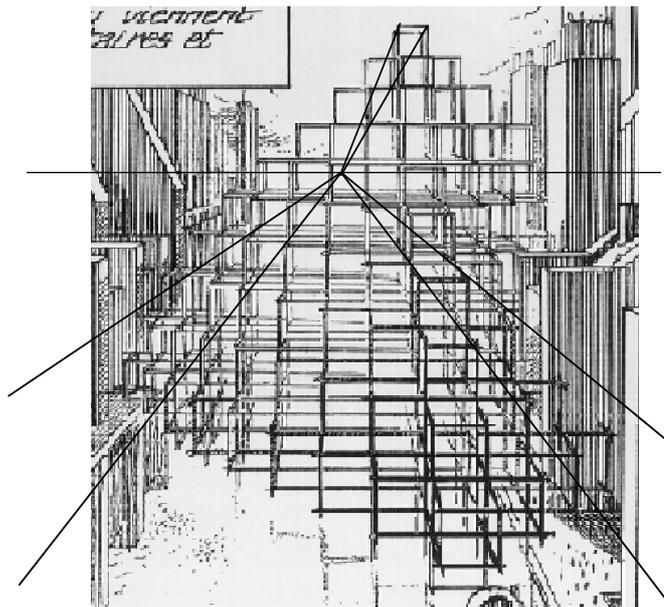


Fig. 51

