CREM

Nivelles, le 15 mai 2004

POUR UNE CULTURE MATHÉMATIQUE ACCESSIBLE À TOUS

Élaboration d'outils pédagogiques pour développer des compétences citoyennes

Recherche n° 100/03 financée par le Ministère de la Communauté Française,
Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique,
Service général des Affaires générales, de la Recherche en Éducation
et du Pilotage interréseaux

Rapport de fin de recherche

Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques a.s.b.l.

rue Émile Vandervelde 5 **B1400 Nivelles (Belgium)**

Tél : +32 (0)67 212527 **crem@sec.cfwb.be** **Fax/Rép : +32 (0)67 212202**

Compte 068-2179326-54

Rapport au terme de dix-huit mois de recherche

Le présent document est le rapport final d'une recherche qui s'est étalée sur dix-huit mois.

Auteurs de la recherche

Ce rapport est le fruit d'une recherche collective, jalonnée par de nombreuses et longues discussions. Les membres du groupe de recherche sont Michel Ballieu, Jean-Michel Delire, Marie-France Guissard, Amélie Jonkers, Philippe Mairesse, Bénédicte Mestag, Jules Miéwis, Laure Mourlon Beernaert, Jacques Vandekerckhove, Françoise Van Dieren.

Chaque chapitre a été particulièrement pris en charge par une ou plusieurs personnes :
Philippe Mairesse pour les chapitres 1, 2, 3 et 15,
Laure Mourlon Beernaert pour le chapitre 4,
Bénédicte Mestag, avec la collaboration de Françoise Van Dieren, pour le chapitre 5,
Françoise Van Dieren pour les chapitres 6 et 9,
Jean-Michel Delire pour le chapitre 7,
Marie-France Guissard et Jacques Vandekerckhove pour le chapitre 8,
Amélie Jonkers pour le chapitre 10,
Marie-France Guissard pour le chapitre 11,
Michel Ballieu pour les chapitres 12, 16, 17 et 19,
Michel Ballieu et Marie-France Guissard pour les chapitres 13 et 18,
Jules Miéwis pour les chapitres 14 et 20.
Après le départ de J.-M. Delire et de J. Vandekerckhove, leurs textes ont été remaniés, pour prendre en compte les remarques des membres de l'équipe de recherche et du Comité d'Accompagnement interne au CREM.

L'expérience pédagogique de Françoise Van Dieren s'est révélée très précieuse lors des discussions relatives à la tranche d'âge de 10 à 15 ans.

La mise au point informatique de l'ensemble du texte a été réalisée par Marie-France Guissard, en collaboration avec Michel Ballieu.

Remerciements

Nous remercions vivement les personnes qui ont lu et commenté divers brouillons de ce rapport. Il s'agit tout d'abord des membres du Comité d'Accompagnement de notre recherche au Ministère de l'Éducation, et aussi des membres du Comité d'Accompagnement interne au CREM, en particulier Thérèse Gilbert et Nicolas Rouche. Christine Docq, Bernard Honclaire, Christine Lemaître et Marie-Françoise Van Troeye ont également assuré des relectures. Il va de soi cependant que la responsabilité finale de ce rapport incombe à ses seuls auteurs. Nous remercions aussi tous les enseignants qui nous ont aimablement accueillis dans leurs classes, pour nous permettre d'expérimenter des activités.

Financement de cette recherche

Cette étude a été réalisée dans le cadre des conventions de recherche n° 100/02 et 100/03 financées par le Ministère de la Communauté française, Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, Service général des Affaires générales, de la Recherche en Éducation et du Pilotage interréseaux.

Pendant une année, ont été affectés à cette recherche, un poste de chargé de mission à temps partiel par le Comité de Concertation de la Formation Continue du Caractère non confessionnel, et deux postes de chargé de mission à temps partiel par le Comité de Concertation de la Formation Continue du Caractère confessionnel.

Avant-propos

1 Culture mathématique, mathématiques du citoyen

Cette recherche tente de porter une réflexion sur ce qui pourrait constituer une culture mathématique de base. Compter, situer, mesurer, dessiner, jouer, expliquer sont des activités propres à tous les peuples. Elles permettent de développer, dès le plus jeune âge, des compétences mathématiques. Celles-ci devraient se compléter progressivement et s'enrichir tout au long de la scolarité. Or on constate que la culture mathématique échappe, de nos jours, à de nombreux adultes, même très cultivés dans d'autres domaines et/ou ayant un niveau d'études supérieures ou universitaires.

Combien de fois n'entend-on pas des réflexions du type « Oh, moi les maths, je n'y ai jamais rien compris... », parfois émises avec une certaine fierté ? La répugnance à aborder un texte illustré de graphiques, les erreurs d'interprétation dans les problèmes de pourcentages voire l'ignorance du principe fondamental de la numération de position sont autant d'exemples du rejet et de la méconnaissance des mathématiques de base. L'incompréhension augmente encore s'il est question d'analyser des représentations géométriques ou d'utiliser quelques rudiments de symbolisme algébrique. Parmi les causes probables de cet échec dans l'éducation mathématique, on peut sans doute relever d'une part, le choix inapproprié de certaines matières enseignées, mais surtout la manière de présenter celles-ci aux élèves.

Les mathématiques ont pour vocation de résoudre des problèmes. Elles nécessitent la mise en œuvre de processus d'abstraction et de raisonnements analytiques qui dicteront les opérations à effectuer ; c'est en général l'interprétation des résultats qui fournit alors la solution.

Très souvent, dans l'enseignement, l'accent est mis sur les processus opératoires, alors que ceux-ci constituent la phase la moins « humaine » de la résolution des problèmes. En effet, dans notre société moderne, c'est la partie dévolue aux machines. Presque toujours, on impose l'apprentissage d'algorithmes de calcul, sans dire à quelles occasions ces méthodes ont été mises au point, sans justifier leur pertinence ni exhiber des classes de problèmes qu'elles permettent de résoudre. De plus, sous prétexte d'exercer les élèves à utiliser ces algorithmes, on leur soumet des listes de calculs à effectuer hors de tout contexte. Ces pratiques conduisent inévitablement à faire percevoir les mathématiques comme un ensemble de procédures vides de sens, fournissant des réponses vides de sens à des questions vides de sens.

Pour notre part, nous tentons de donner du sens aux activités mathématiques proposées et de rendre un certain plaisir d'apprendre aux élèves démotivés. Nous avons identifié quatre registres susceptibles de rencontrer ces aspirations : la vie quotidienne, l'histoire, les arts et les récréations (mathématiques). L'enseignement traditionnel exhibe rarement ces aspects culturels des mathématiques.

1.1 Les mathématiques au quotidien

Tout être humain devrait pouvoir maîtriser quelques pratiques mathématiques qui lui permettent de se sentir relativement à l'aise dans sa vie de tous les jours, dans sa vie de citoyen critique face aux *media* de plus en plus envahissants.

En tant que consommateur, chacun est sans cesse sollicité par nombre de publicités, parfois mensongères. Il s'agit non seulement des achats quotidiens, mais encore et surtout du choix d'une formule de compte en banque, d'une police d'assurance, d'un prêt pour l'acquisition d'un immeuble ou d'une automobile, ... Une bonne maîtrise des fractions et des pourcentages peut également aider tout citoyen à devenir un contribuable averti et un électeur responsable.

Un autre objectif que nous poursuivons est aussi de former le futur adulte à la compréhension et à la critique des données fournies par les *media* et de l'initier à l'utilisation de divers supports de l'information chiffrée (cf. [3]).

C'est dans cette optique de « mathématiques citoyennes » que nous avons traité l'ensemble des chapitres qui concernent la numération et les pourcentages.

1.2 L'apport de l'histoire

Nombreux sont ceux qui pensent que le rôle de l'histoire dans le cours de mathématiques est multiple. Citons par exemple, le courant représenté par le regretté John Fauvel [69].

En premier lieu, une approche historique contribue à faire connaître les apports des différentes cultures à l'évolution des mathématiques. Soulignons au passage que l'histoire des sciences est trop souvent négligée dans le cours d'histoire. Or, l'influence des connaissances scientifiques égyptienne, mésopotamienne, indienne, arabe, ... et du rationalisme mathématique grec a été prépondérante dans la construction de notre mode de pensée occidental. Loin de nous l'idée d'introduire dans le cursus scolaire un cours d'histoire des mathématiques ou de « tartiner une couche de culture » sur des mathématiques déjà formalisées. Nous ne voulons pas nous en tenir à la simple anecdote historique, mais plutôt confronter les professeurs et leurs élèves à de véritables sources historiques qui renseignent sur le fond de la matière et l'évolution des concepts.

Par ailleurs, les obstacles épistémologiques que doit franchir l'élève sont souvent ceux-là mêmes qui ont posé problème dans le passé. Contrairement à une idée que défendait la « mathématique moderne », on a compris aujourd'hui qu'on n'enseigne pas directement des notions abstraites dans leur forme définitive, telles qu'elles sont publiées[1]. Elles doivent mûrir, muter, et cela, l'histoire encore le montre fort bien.

Lorsque l'élève assiste à la naissance d'un concept au travers des circonstances dans lesquelles celui-ci apparaît et se développe, il perçoit mieux le côté profondément humain des mathématiques ainsi que leur utilité. L'histoire permet ainsi d'observer les mécanismes qui mettent en marche la pensée mathématique.

Ajoutons encore qu'il y a un certain réconfort pour l'élève à resituer ses propres difficultés dans une continuité historique : d'autres avant lui ont dû faire face à des problèmes, affronter des défis ; ils ont obtenu des résultats...

Dans ce document, la composante historique est présente à travers les chapitres qui s'étendent

[1] Comme le dit H. Freudenthal [72], « Aucune idée mathématique n'a jamais été publiée telle qu'elle fut découverte ».

des débuts de la numération jusqu'aux nombres irrationnels, qui traitent de la résolution des équations et de l'introduction à la trigonométrie.

1.3 Les réalisations artistiques

Les réalisations artistiques de nature géométrique, dont on retrouve des exemples dans toutes les civilisations et à toutes les époques, peuvent servir de support à l'apprentissage de la géométrie. On peut exploiter les peintures murales dans l'art africain, les zelliges de l'art hispano-musulman, mais aussi les pavages qui décorent les cuisines et les salles de bain, les frises qui ornent la vaisselle et le linge de maison. . .

Par des activités alliant le côté créatif à l'analyse des structures mathématiques, nous croyons qu'il est possible de stimuler le besoin de comprendre par le désir de créer. Un tel apprentissage développe l'intuition et aiguise le sens de l'observation, tout en procurant à la fois une satisfaction intellectuelle et un plaisir esthétique. La géométrie, qui a souvent été cantonnée à l'enseignement du raisonnement logique et de la méthode hypothético-déductive, retrouve ainsi son attrait visuel et l'un de ses rôles fondamentaux, l'organisation et la structuration de l'espace.

Pour certains élèves de l'enseignement technique ou professionnel, la motivation à la pratique d'activités géométriques peut être directement liée au travail en atelier. L'apprentissage peut encore être enrichi par l'utilisation de logiciels de dessin. C'est l'occasion d'un premier contact avec le DAO[2], un des nombreux domaines où mathématiques, techniques et arts se rencontrent.

Les décors géométriques, tels que peintures murales, pavages, frises, . . . et les assemblages de polygones constituent le matériel de base des activités géométriques proposées dans cet ouvrage, de l'école primaire à la fin du secondaire.

1.4 Les activités ludiques et récréations mathématiques

Les récréations mathématiques sont également présentes dans les écrits de nombreuses civilisations. Le *papyrus Rhind*, certaines tablettes d'argile cuite sumériennes contiennent des énoncés dont on ne peut nier le rôle ludique. Ces problèmes se sont transmis de génération en génération et cette tradition n'a jamais été abandonnée. On trouve des défis mathématiques chez Archimède, Diophante, Ibn al-Bannā, Alcuin, Fibonacci, Pacioli, Bachet de Méziriac, Fermat, Euler, Hamilton, . . . jusqu'à nos *Olympiades mathématiques* actuelles.

Décoder un message ou découvrir quelque chose de caché est un puissant ressort psychologique, particulièrement chez les enfants. Il en est de même de récréations mathématiques présentées sous forme de tours de magie dont il faut rechercher l'explication. Le jeu est source de motivation dans la construction des savoirs. Comme le dit François Boule[3], « On n'apprend qu'exceptionnellement malgré soi et sans effort. Peut-être l'effort est-il plus facile à consentir à travers le jeu, mais celui-ci ne dispense pas de l'effort d'apprendre ».

Cette approche ludique a été exploitée tout au long des chapitres sur la numération et l'introduction du formalisme algébrique, de l'école maternelle jusqu'aux premières années du secondaire.

[2] Dessin assisté par ordinateur.

[3] *L'apport des jeux à la construction des connaissances mathématiques*, Actes de la journée d'étude du 30 novembre 2001, Neuchâtel, IRDP.

2 Spécificités de la recherche

Nous nous inscrivons dans un courant existant représenté notamment par le groupe Inter IREM d'histoire et d'épistémologie des mathématiques (France), par A. Bishop [23] à l'Université de Cambridge ou encore par E. Wittmann [140] à l'Université de Dortmund. Notre recherche vise à améliorer les documents d'enseignement puisant leurs sources dans la vie quotidienne, dans l'histoire, l'esthétique et le jeu, afin de promouvoir ces pratiques pédagogiques encore peu répandues actuellement.

2.1 De la maternelle à 18 ans

Cette étude envisage, comme les précédents travaux du CREM ou comme ceux d'auteurs tels que P. Hilton et J. Pedersen (cf., par exemple, [85]), la scolarité dans son ensemble, de la maternelle jusqu'à 18 ans. Il s'agit d'un travail de synthèse, qui dégage, comme nous allons le voir, des fils conducteurs soulignant les étapes successives de l'apprentissage des mathématiques, tant sur le plan de la numération (calcul, formalisation) que sur celui de la manipulation de figures, d'objets géométriques (symétries, structures, ...).

L'originalité de la méthodologie sur laquelle s'appuie notre recherche réside dans le débat permanent entre enseignants de tous les niveaux : instituteurs, régents, licenciés, docteurs. Chacun des membres du groupe de recherche présente sa production, ciblée sur la tranche d'âge pour laquelle il est le plus compétent, et l'ensemble du groupe participe à la discussion. Il s'agit ainsi d'un travail qui a une portée longitudinale.

2.2 Le contenu

Cet ouvrage contient des contributions de deux types. D'abord, les trois premières parties présentent des situations-problèmes adaptées à trois tranches d'âges de l'école, dans un esprit de continuité, de la maternelle jusqu'à 18 ans. Ces tranches correspondent plus ou moins à l'enseignement fondamental, à celui du début, puis de la fin du secondaire. Certaines activités peuvent cependant convenir à différents moments de la scolarité, comme apprentissage ou comme remédiation. D'autres sont prévues pour s'étaler sur des périodes plus ou moins longues. C'est le cas notamment dans les chapitres qui traitent des pourcentages et des frises ; ils comprennent des séquences d'apprentissage adaptées à différents stades de la maturité et s'adressent aussi bien aux élèves de l'enseignement général qu'à ceux du technique ou du professionnel. Les documents proposés dans l'ensemble de ces trois parties sont directement utilisables dans les classes. Ils comportent en effet une description méthodologique qui cible les compétences exercées et sont accompagnés de fiches de travail à l'usage des élèves.

Quant à la quatrième partie, on y trouve des chapitres de nature épistémologique et historique. Il va de soi qu'il nous était impossible de remonter à toutes les sources et d'en décoder les manuscrits. Notre démarche ne s'est cependant pas bornée à la seule consultation d'ouvrages généraux d'histoire des mathématiques, fussent-ils excellents... Un aspect de notre recherche a consisté à sélectionner des textes qui permettent réellement de construire les savoirs mathématiques de base. Nous avons eu recours, pour chacune de ces sources, à des textes établis[4] et traduits par des historiens et philologues qui font autorité. Nous savons que l'accès à ces ressources n'est pas

[4]Les manuscrits sont souvent abîmés, entachés d'erreurs de copie et comportent parfois des abréviations. Établir un texte consiste à en donner une version aussi claire que possible, à partir d'un ou plusieurs manuscrits.

aisé pour un enseignant de terrain, pas plus que la possibilité d'assister à des séminaires d'histoire des mathématiques. Nous avons essayé de faire le lien entre les spécialistes et les praticiens et de présenter à ces derniers un discours accessible.

3 Les thèmes abordés

L'ouvrage entier suit, pour l'essentiel, la chronologie des âges. Ci-après, nous décrivons brièvement les contenus des chapitres, en les regroupant par thèmes.

3.1 Des nombres naturels aux irrationnels

Dès leur plus jeune âge, les enfants sont confrontés à l'univers des nombres dans la vie quotidienne. Ils arrivent tous en maternelle avec des acquis différents qu'il va falloir enrichir et structurer. Une bonne connaissance des mécanismes de la numération décimale de position est primordiale pour la maîtrise des nombres. À cet égard, la multiplication des approches constitue un atout supplémentaire.

Le chapitre 1 propose des activités ludiques destinées au maternel et au début du primaire pour compter, comparer et ordonner des nombres. Le concept d'égalité est travaillé en utilisant les réglettes de Brissiaud.

Le chapitre 2 s'adresse à des enfants de huit à dix ans. Il vise à installer une compréhension en profondeur du passage d'un rang à un autre dans la numération décimale de position, par la manipulation de compteurs et de bouliers. Ces derniers permettent de visualiser et d'analyser les états successifs d'une opération.

Les situations-problèmes du chapitre 3 sont destinées à des jeunes de dix à douze ans à qui l'enseignant propose une activité de décodage de nombres écrits dans différents systèmes de numération. Par oppositions et comparaisons (nombre de symboles utilisés, base, présence du zéro, relation entre longueur de l'écriture et valeur du nombre, importance de la position des symboles, limitation dans la représentation des nombres), les élèves découvrent les différentes propriétés de notre système décimal positionnel, afin de mieux le comprendre et l'utiliser.

Dire, lire et écrire des nombres ne constitue pas une fin en soi. Encore faut-il pouvoir utiliser ces nombres dans sa vie de citoyen. Le calcul avec des pourcentages constitue réellement une pierre d'achoppement pour pas mal d'adultes, quel que soit leur niveau d'études, comme nous l'a confirmé une petite enquête préalable. Le chapitre 8, destiné à des élèves du début du secondaire, travaille la notion de pourcentage comme outil de comparaison et met en évidence des procédures de calcul performantes adaptées à toutes les calculatrices.

Le chapitre 9 poursuit l'étude des pourcentages, avec des élèves plus âgés, sur des exemples concrets puisés sur l'Internet ou dans le magazine *Test Achats*. Il s'agit ici de saisir la portée des données que l'on peut ainsi trouver, de comprendre comment on passe d'un relevé de données brutes à des taux ou à des pourcentages et de pouvoir utiliser ces calculs pour comparer des situations ou analyser une évolution.

Le chapitre 7 aborde la notion d'irrationalité ; il propose différentes façons de découvrir la relation de PYTHAGORE au niveau de la troisième année de l'enseignement secondaire. On en rencontre un cas particulier dans le *Ménon* de PLATON. Il est possible d'arriver au cas général par des découpages d'origines chinoise ou indienne. Les élèves sont également confrontés avec le texte de la proposition 47 du livre I des *Éléments* d'EUCLIDE.

Dans le chapitre 14, une activité préalable de pliage débouche sur une valeur approchée de $\sqrt{2}$ et amène à l'intuition que $\sqrt{2}$ ne peut s'écrire sous forme d'une fraction. Une deuxième activité propose d'utiliser l'outil mis au point dans la première pour montrer l'irrationalité de $\sqrt{2}$. C'est l'occasion de rencontrer un exemple de la méthode de descente infinie. On poursuit par la découverte et l'expérimentation de l'algorithme de THÉON, puis par le calcul d'une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif par l'algorithme de HÉRON. L'ensemble du chapitre s'adresse aux élèves du degré supérieur de l'enseignement général.

Dans la quatrième partie, le chapitre 15 propose un bref historique des origines de la numération. Enfin, le chapitre 20, présente quelques aspects de la lente progression qui a mené les grandeurs irrationnelles vers l'acquisition du statut de nombres.

3.2 La symétrie et les structures

Les rythmes visuels portés par des motifs répétés ou *patterns*, des broderies, des pavements, des éléments architecturaux, ... sont une source inépuisable de situations d'apprentissage. Dégager des structures communes à des objets apparemment très différents, élaborer des techniques de production de frises et de pavages sont des activités que l'on peut déployer à tous âges et qui développent des compétences multiples.

Le chapitre 4 propose, pour l'école primaire, des manipulations (papier calque, miroirs) qui visent à mettre en place la notion de symétrie. Par le biais de réalisations de puzzles, de pliages et découpages, de peintures, les enfants analysent les symétries dans l'art africain et produisent des créations personnelles.

L'étude des pavages au début du secondaire est abordée dans le chapitre 10. Elle mène d'une analyse approfondie des pavages réguliers et semi-réguliers à la construction des polyèdres platoniciens, en passant par des considérations sur les mesures des angles intérieurs des polygones.

Le chapitre 11 traite des frises, à différents niveaux de la scolarité. Des activités intuitives débouchent sur la découverte des isométries qui laissent une frise invariante. L'immense diversité de ces bandes décorées que l'on rencontre un peu partout, à toutes les époques, incite à les répertorier, les classer ; mais cela nécessite évidemment la mise au point de critères de classement. La structure de groupe qui émerge tout naturellement dans ce cadre géométrique, à partir des groupes de symétries, peut être dégagée dans les classes plus avancées de l'enseignement général. C'est l'occasion, pour les élèves de ces classes, de rencontrer une idée fondamentale de la géométrie moderne : on n'étudie plus les figures dans l'espace, mais les figures considérées comme des espaces, c'est-à-dire des ensembles organisés, structurés. L'évolution de la pensée géométrique est évoquée dans la quatrième partie, au chapitre 18.

3.3 Le symbolisme algébrique

Les activités du chapitre 5 s'adressent à des élèves du début de l'enseignement secondaire. Selon le bon principe de l'enseignement en spirale, on renforce la compréhension en profondeur de la notion de numération de position. La démarche est ludique : les élèves tentent d'expliquer des phénomènes numériques qui se présentent comme des tours de magie. Ensuite, l'explication du « tour de magie » est rendue plus aisée par le recours au symbolisme et à un début de formalisme algébrique.

Les produits remarquables, envisagés comme relations entre aires de figures planes, s'avèrent très utiles dans l'établissement de démonstrations géométriques dans les domaines de l'arithmétique et de l'algèbre. FIBONACCI faisait déjà remarquer, dans le prologue de son *Liber abaci* (1228), que ces sciences « se venaient mutuellement en aide ». Or on sait que l'apprentissage des produits remarquables constitue un seuil à franchir par les élèves. Le chapitre 6 propose une découverte des produits remarquables sous leurs aspects numériques, géométriques et algébriques.

Le chapitre 13 a pour but de faire découvrir la formule de résolution de l'équation du deuxième degré à partir d'un extrait du texte d'AL-H̱WĀRIZMĪ sur le *calcul par le ǧabr et la muqābala*, généralement considéré comme le texte fondateur de l'algèbre. L'idée est de montrer le sens des développements algébriques en les confrontant à une représentation géométrique. L'examen de problèmes extraits d'une tablette babylonienne met en évidence les sources probables de l'ouvrage d'AL-H̱WĀRIZMĪ. L'algèbre que nous connaissons est le résultat d'un lent processus de maturation qui trouve ses origines, notamment en Mésopotamie, dans la résolution de problèmes de la vie de tous les jours : arpentage, pratiques commerciales, testaments, creusement de canaux, ... L'apport essentiel d'AL-H̱WĀRIZMĪ est l'organisation de toutes ces méthodes de praticiens en une discipline « savante ». Ce chapitre est également l'occasion d'amener les élèves à porter un regard algébrique sur une proposition extraite des *Éléments* d'EUCLIDE.

L'enseignant intéressé par le développement de la science dans le monde arabe peut trouver des renseignements complémentaires dans le chapitre 16. Le chapitre 17 décrit l'évolution de la pensée algébrique ; il contient, outre des informations d'ordre historique, une réflexion sur la nature même de l'art de l'algèbre. Qu'est-ce que l'algèbre ? D'où vient-elle ? Depuis quand existe-t-elle ? Que faisait-on en algèbre ? Comment a-t-elle évolué ? Que fait-on de nos jours en algèbre ? ...

3.4 La trigonométrie

La trigonométrie n'a pas souvent les faveurs des élèves. Le chapitre 12 propose de l'introduire par la construction d'une table de cordes, comme l'a fait PTOLÉMÉE dans son *Almageste*. Cela permet, non seulement de bien installer la notion de sinus, mais donne également l'occasion d'exploiter les outils géométriques mis en place durant la troisième année du secondaire, au cours d'une activité de justification et de démonstration.

Le chapitre 19 montre comment la trigonométrie, au départ intimement liée à l'astronomie, a petit à petit évolué, pour être finalement absorbée par l'analyse.

4 Présentation type des situations-problèmes

Les situations-problèmes rassemblées dans les trois premières parties de cet ouvrage ont été conçues chacune pour des élèves déterminés, dans une tranche d'âge donnée et possédant certaines connaissances préalables. Toutefois, elles peuvent être adaptées, dans certaines limites, à d'autres élèves. Chaque professeur en jugera.

Ces situations sont présentées selon un plan uniforme[5] comportant les rubriques suivantes :

De quoi s'agit-il ? – Description, en quelques lignes, de l'activité proposée aux élèves.

[5] Ce plan est inspiré par E. C. WITTMANN et G. MÜLLER [140]. Nous l'avons mis au point à l'occasion d'une recherche précédente [47].

Enjeux – Matières couvertes et compétences visées. Les compétences indiquées en italique sont celles que l'on retrouve telles que dans les documents appelés « Référentiels » [2][3][4].

De quoi a-t-on besoin ? – Description du matériel requis. Relevé des connaissances supposées chez les élèves.

Comment s'y prendre ? – Cette rubrique comporte des questions à proposer aux élèves, des indications pour organiser le travail en classe, des éléments de réponses aux questions, et les éléments de la théorie auxquels la situation aboutit normalement.

Échos d'une ou plusieurs classes – Indications sur le déroulement de l'activité dans l'une ou l'autre classe expérimentale. On relève les réactions les plus communes, mais aussi les plus significatives, même si elles sont isolées.

Prolongements possibles – Nouvelles situations-problèmes, plus ou moins difficiles que celle faisant l'objet principal de la section. Ces situations peuvent jouer le rôle de variantes, d'exercices, de questions d'évaluation, de poursuite du travail pour les élèves mordus.

Vers où cela va-t-il ? – À quelles questions mathématiques plus avancées la situation en question prépare-t-elle de manière directe ou indirecte ? Quels rapports la situation en question entretient-elle avec d'autres disciplines ? Quelle place la situation occupe-t-elle dans la culture mathématique globale ?

Commentaires – Éclaircissements de toutes natures susceptibles d'être utiles aux enseignants et aux élèves, comme par exemple des indications sur l'histoire des mathématiques, des commentaires sur le caractère plus ou moins réaliste de certains modèles mathématiques, etc.

5 *Apprenti Géomètre*

À divers endroits du présent ouvrage, on propose de recourir dans les classes à un nouveau logiciel appelé *Apprenti Géomètre*. Il s'agit d'un logiciel créé par le CREM à la demande de Monsieur Jean-Marc Nollet, ministre de l'Enfance de la Communauté française de Belgique. Contrairement à ce que son nom pourrait laisser croire, *Apprenti Géomètre* a été conçu comme aide à l'apprentissage des mathématiques en général, et pas seulement de la géométrie. Il est approprié à l'enseignement primaire ainsi qu'aux premières années du secondaire. Il peut être téléchargé librement à partir du site internet `www.enseignement.be/geometre`. On trouvera également sur ce site, outre le mode d'emploi – très simple – du logiciel, des études sur ce qui le distingue des autres logiciels analogues, ainsi que des propositions d'utilisation dans les classes. *Apprenti Géomètre* a été distribué en 2003 sous forme de cédérom à toutes les écoles fondamentales de la Communauté française de Belgique.

L'utilisation de l'ordinateur ne dispense certes pas des manipulations classiques avec papier, crayon, ciseaux. Il s'agit d'une approche supplémentaire qui offre plusieurs avantages. L'un d'eux est qu'*Apprenti Géomètre* permet de disposer rapidement d'un grand nombre de formes géométriques de dimensions prédéfinies et qui s'agencent bien entre elles. Un autre avantage est que le travail sur ordinateur laisse moins de place au hasard que la manipulation de formes classiques en carton. L'élève est obligé de nommer non seulement les objets, mais aussi les mouvements ou les transformations qu'il désire appliquer à ces objets. En outre, la machine permet d'explorer rapidement un grand nombre de configurations géométriques.