

Chapitre 1 :

Des balises théoriques pour structurer l'apprentissage des rationnels

L'apprentissage des mathématiques au cours de la scolarité obligatoire est largement marqué par celui des différents types de nombres et des calculs sur ces nombres. L'appropriation de chaque catégorie de nombres est également marquée par la compréhension des propriétés qui permettent de les caractériser et qui peuvent être en continuité ou en rupture avec celles des nombres déjà connus. (EduSCOL, 2006)

Quels seraient ces différents types de nombres que les élèves rencontrent lors de leur scolarité primaire ? Quelles seraient les ruptures ou les continuités qui existeraient entre les types de nombres étudiés à l'école primaire et au premier degré de l'enseignement secondaire ? Dans quel ordre les aborder ? Quelle serait la spécificité mathématique de l'enseignement primaire par rapport à celle de l'enseignement secondaire ?

L'objectif de ce premier chapitre¹ est de clarifier le concept de nombre rationnel en le repositionnant dans une classification des nombres organisée d'un point de vue mathématique et historique. Cette clarification sera précédée par une analyse du positionnement des nombres rationnels dans les *Socles de compétences*.

1. Que disent les Socles de compétences ?

Dans la présentation du domaine des *Nombres* (un des quatre domaines mathématiques identifiés au même titre que les *Solides et figures*, les *Grandeurs* et le *Traitement des données*), il est précisé que le travail sur les opérations de division conduit à élargir l'univers des nombres et à aborder l'étude des fractions, des décimaux et des relatifs.

Ces différents termes (naturels, fractions, décimaux, ...) sont utilisés au niveau des compétences disciplinaires suivantes :

¹ Ce chapitre s'inspire largement des analyses développées par Sacré & Stegen (2003) dans leur ouvrage consacré à l'enseignement des décimaux au dernier cycle de l'enseignement primaire.

Extraits du document *Socles de compétences* mentionnant explicitement une référence à l'étude des rationnels

3.1.1. Compter, dénombrer, classer

	Cycle 5/8	Cycle 8/12	Cycle 12/14
Dire, lire et écrire des nombres dans la numération décimale de position en comprenant son principe	Des nombres naturels ≤ 100	Des nombres naturels décimaux limités au millième	E (cette compétence doit continuer à être exercée)
Classer (situer, ordonner, comparer)	Des nombres naturels ≤ 100	Des nombres naturels et des décimaux limités au millième	Des entiers, des décimaux et des fractions munis d'un signe

3.1.2. Organiser les nombres par familles

	Cycle 5/8	Cycle 8/12	Cycle 12/14
Décomposer et recomposer	Des nombres naturels ≤ 100	Des nombres naturels décimaux limités au millième	E (cette compétence doit continuer à être exercée)

3.1.3. Calculer

	Cycle 5/8	Cycle 8/12	Cycle 12/14
Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées	Avec des petits nombres	Avec des nombres naturels et des décimaux limités au millième	Avec des entiers, des décimaux et des fractions munis d'un signe (y compris l'élévation à la puissance).
Écrire des nombres sous une forme adaptée (entière, décimale ou fractionnaire) en vue de les comparer, de les organiser ou de les utiliser			E (cette compétence doit continuer à être exercée)

Ce tableau illustre un traditionnel découpage des nombres à aborder aux différentes étapes de la scolarité primaire : étude des 100 premiers nombres naturels au cycle 5/8 et étude des rationnels au cycle 8/12 (décimaux limités au millième).

Dans le domaine plus spécifique de l'étude des rationnels à la liaison primaire-secondaire, on note que l'écriture fractionnaire des rationnels semble réservée à l'enseignement secondaire. On ne trouve en effet pas de référence à une écriture fractionnaire des rationnels (si ce n'est en liaison avec le savoir calculer). Dans le même ordre d'idée, on notera que les entiers ne sont abordés qu'au premier degré de l'enseignement secondaire.

Pas d'écriture fractionnaire en primaire, cela signifie-t-il que les fractions en sont pas travaillées à l'école primaire ?

Dans les *Socles de compétences*, les fractions n'apparaissent pas dans le domaine des *nombres* mais bien dans celui des *grandeurs* sous l'intitulé *opérer et fractionner*.

Cette sous-section précise qu'au terme de la scolarité primaire, les élèves doivent maîtriser les compétences suivantes :

Extraits du document *Socles de compétences* (domaine des grandeurs)

3.3.2. Opérer, fractionner

	Cycle 5/8	Cycle 8/12	Cycle 12/14
Fractionner des objets en vue de les comparer.	C Partager en deux et en quatre.	C (cette compétence doit être certifiée)	E (cette compétence doit continuer à être exercée)
Composer deux fractionnements d'un objet réel ou représenté en se limitant à des fractions dont le numérateur est un (par exemple, prendre le tiers du quart d'un objet).		↗ (sensibilisation des élèves à cette compétence)	C (cette compétence doit être certifiée)
Additionner et soustraire deux grandeurs fractionnées.		C (cette compétence doit être certifiée)	E (cette compétence doit continuer à être exercée)
Calculer des pourcentages.		C (cette compétence doit être certifiée)	E (cette compétence doit continuer à être exercée)
Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe.	↗	C (cette compétence doit être certifiée)	E (cette compétence doit continuer à être exercée)
Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs.		C Compléter uniquement.	C (cette compétence doit être certifiée)

Le document *Socles de compétences* spécifie ainsi une seconde voie pour la découverte et l'étude des décimaux. Il précise que les opérations de fractionnement et de mesurage (dont l'évaluation est strictement réservée au cycle 8/12) conduisent aux nombres décimaux et aux fractions.

De cette analyse des *Socles de compétences*, on retiendra qu'ils n'apportent guère de réponses aux questions formulées dans l'introduction de cette première étape. Certes, ce n'est pas la vocation d'un document officiel de fournir des indications méthodologiques. On ne peut toutefois que s'étonner de certains choix opérés.



Ainsi, par rapport à la problématique abordée dans ce document, il est par exemple curieux de constater que le terme rationnel n'y est jamais cité.

On retiendra toutefois le fil conducteur suivant : ***aborder l'étude des rationnels dans le prolongement des opérations de division car elles mettent en évidence l'insuffisance des nombres naturels pour résoudre des problèmes relatifs à la mesure ou aux résultats de certaines opérations.***

Cet axe étant dégagé, il reste à s'interroger sur la spécificité de l'approche à développer à l'école primaire et au premier degré de l'enseignement secondaire. Quels sont les différents types de nombres rencontrés par les élèves ? Que faut-il entendre par nombre rationnel, nombre décimal ? Bref, comment se sont formalisés les différents ensembles de nombres et comment se définissent-ils les uns par rapport aux autres ?

2. Comment se sont formalisés les différents ensembles de nombres ? Comment se situent-ils les uns par rapports aux autres ?

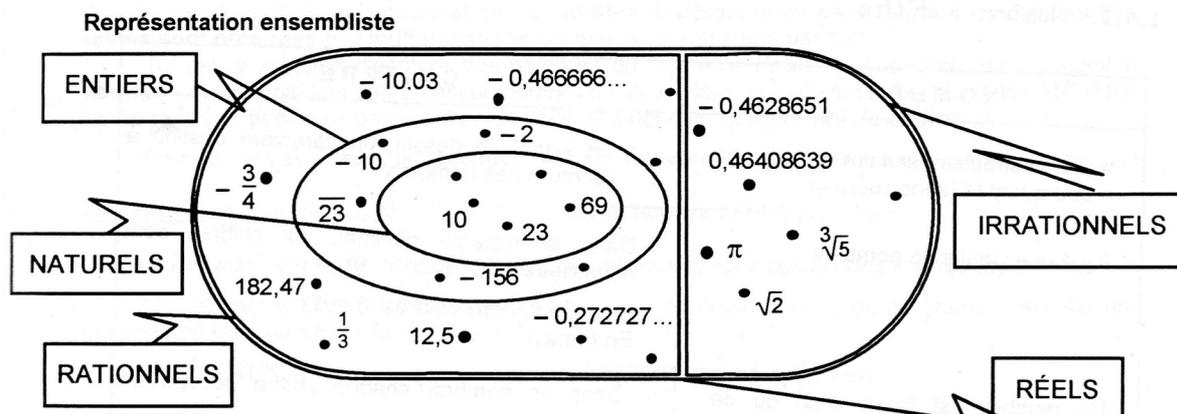
Pour aborder cette étude des différents ensembles de nombres, il convient d'avoir à l'esprit les différentes images développées par L. Habran (1988). Il désigne successivement :

- les nombres du ***berger*** pour évoquer les nombres ***naturels*** (N),
- les nombres du ***commerçant*** ou les nombres ***entiers*** (Z),
- les nombres du ***menuisier*** ou les nombres ***rationnels*** (Q),
- les nombres du ***géomètre*** ou les nombres ***réels*** (R),
- les nombres de ***l'électricien*** ou les nombres ***complexes***.

L. Habran (1988) précise en outre que ces cinq ensembles de nombres s'emboîtent à la manière de poupées gigognes et qu'ils sont liés par une relation d'inclusion hiérarchique au départ de l'ensemble des naturels qu'il considère comme la véritable fondation sur laquelle repose tout l'édifice numérique

Cette inclusion hiérarchique peut être représentée par la figure suivante :

Figure 1 : l'inclusion des ensembles de nombres (source : L. Habran, 1988)



Si l'école fondamentale veut donner du sens aux nombres, c'est dire toute l'importance qu'elle doit accorder à l'élaboration des trois premiers ensembles de l'édifice : les naturels, les entiers et les rationnels (L. Habran, 1988).

3. Qu'est-ce qu'un nombre rationnel ?

Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?

Comme cela a été précisé dans l'analyse des *Socles de compétences*, il n'y est pas fait mention du terme rationnel. On y retrouve par contre le terme « décimal ». Par contre, dans la brève présentation des différents ensembles des nombres, on y parle de rationnels mais pas de décimaux¹. Ces deux termes, « décimaux » et « rationnels », sont-ils des désignations équivalentes d'un même univers de nombres ? Qu'ont-ils en commun ? Qu'est-ce qui les distingue ?

Une brochure éditée par l'APMEP (1985) donne la définition suivante d'un nombre décimal : « *un nombre décimal est un nombre dont l'une des écritures au moins est une fraction ayant pour dénominateur une puissance de 10* ». D'après cette première définition, un décimal serait un rationnel particulier qui peut s'écrire à l'aide d'une fraction décimale. $\frac{3}{10}$ ou $\frac{5}{100}$ sont

donc des décimaux mais $\frac{10}{9}$ ou $\frac{10}{11}$ n'en sont pas ; ce sont tous des rationnels.

Un rationnel est donc un nombre qui s'écrit sous la forme d'une fraction d'entiers. Comme cela a été précisé dans l'analyse des *Socles de compétences*, le résultat de la division d'un entier par un autre entier (non

¹ Pour L. Habran (1988), l'ensemble des décimaux n'est pas de même nature que les ensembles N, Z, Q, R.

nul) n'aboutit pas forcément à un nombre entier ; en conséquence, les mathématiciens ont défini un nouvel univers de nombres, les rationnels (Q), dans lequel la solution d'une équation de type : « $b \cdot x = a$ » possède toujours une solution. Ainsi,

- l'équation « $4 \cdot x = 3$ » a pour solution le rationnel noté $\frac{3}{4}$;
- l'équation « $6 \cdot x = 12$ » a pour solution le rationnel noté $\frac{12}{6}$. Toutefois, dans l'ensemble des entiers (Z), on sait que « $2 \times 6 = 12$ » et donc que « $\frac{12}{6} = 2$ »

On déduira de ce second exemple une observation intéressante : les entiers sont des rationnels. Plus précisément, on dira que l'ensemble des rationnels prolonge¹ l'ensemble des entiers, que l'ensemble des entiers est inclus dans l'ensemble des rationnels. Cette notion de prolongement est importante car elle ouvre des horizons au-delà de l'ensemble des rationnels ; faudra-t-il le prolonger également par d'autres univers de nombres pour résoudre des problèmes qui n'ont pas de solution dans Q ? Cette question a mobilisé les travaux de nombreux mathématiciens au cours des siècles.

Une des caractéristiques principales des rationnels est la possibilité de les écrire au départ d'une infinité de fractions d'entiers ; ainsi, l'équation « $4 \cdot x = 2$ » a pour solution le rationnel $\frac{2}{4}$. Si on multiplie (ou divise) chaque terme de cette équation par un même nombre, on obtient des équations équivalentes dont les solutions sont des fractions équivalentes :

- $2 \cdot x = 1$ a pour solution le rationnel $\frac{1}{2}$
- $8 \cdot x = 4$ a pour solution le rationnel $\frac{4}{8}$
- $36 \cdot x = 18$ a pour solution le rationnel $\frac{18}{36}$

On peut donc écrire les égalités suivantes entre ces fractions :

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{18}{36} = \dots$$

Cette propriété des rationnels se traduit par le symbole « = ». Toutefois, sur un plan théorique, il convient de parler de fractions équivalentes et non égales. En effet, chacune de ces fractions est le reflet d'un partage et, dans l'exemple ci-dessus, les partages correspondant à $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ ne sont pas les mêmes. Les découpages de l'unité n'ont pas été effectués en un même nombre de parts et le nombre de parts distribuées n'est de ce fait pas le même. Seules les quantités résultant du partage final sont identiques, c'est

¹ Cela a été mis en évidence au niveau de la classification mathématique des nombres.

pourquoi on parlera de fractions équivalentes et non égales. Ce constat se révèle utile lorsque l'on travaille avec les élèves au délicat et nécessaire passage du concept de « nombre de » rationnel à celui de « nombre » rationnel (voir page 59).

Suite à la première définition d'un nombre décimal, $\frac{3}{10}$ ou $\frac{5}{100}$ étaient donnés comme exemples de nombres décimaux car ils s'écrivent sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10. $\frac{3}{20}$ sera également considéré comme un décimal car il peut s'écrire sous la forme de la fraction équivalente $\frac{15}{100}$ dont le dénominateur est bien une puissance de 10.



Si tous les décimaux sont des rationnels, l'inverse n'est pas vrai ; tous les rationnels ne sont pas des décimaux. En pratique, seuls les rationnels pouvant s'écrire à l'aide d'une fraction dont le dénominateur ne se décompose qu'en facteurs 2 et 5 (soit la décomposition de 10) sont des décimaux (exemples : $\frac{1}{20}$

est un décimal car $20=2 \times 2 \times 5$ mais pas $\frac{1}{30}$ car $30=2 \times 3 \times 5$).

En pratique, à l'école primaire les élèves vont essentiellement rencontrer et travailler au départ de décimaux (à l'exception notable de π ou d'autres nombres écrits sous une forme fractionnaire comme, par exemple, $\frac{1}{3}$).

En fait, comme le souligne L. Habran (1988), il serait plus exact de dire qu'ils vont rencontrer des expressions décimales désignant des nombres rationnels.

Trois cas peuvent se présenter :

- le cas où l'écriture est finie, comme dans 3,56 ; on parle dans ce cas de **rationnel s'écrivant sous la forme d'un décimal fini** ;
- le cas où l'écriture est infinie mais périodique comme dans 7, 123 123 123 ... ; on parle alors de **rationnel s'écrivant sous la forme d'un décimal illimité périodique** ;
- le cas où l'écriture est infinie et non périodique comme dans l'exemple classique du nombre $\pi = 3,14592653589 \dots$; on parle alors de **nombre irrationnel s'écrivant sous la forme d'un décimal illimité non périodique**.

4. Comment écrit-on les rationnels ?

Un décimal est un rationnel dont le dénominateur est une puissance de 10 ; pourquoi privilégier dès lors une écriture décimale à une écriture fractionnaire ? L'écriture décimale a l'avantage d'utiliser également notre système de numération décimal (10 signes qui définissent une base 10 de numération) et positionnel (chacun des symboles prend une valeur différente selon la place qu'il occupe dans un nombre). L'écriture d'un décimal se distingue de l'écriture d'un entier par la présence de deux parties (l'une entière et l'autre décimale) séparées par un signe conventionnel (la virgule) qui permet de les distinguer.

Ainsi, dans le rationnel 234,142 :

- 234 constitue la partie entière (à gauche de la virgule) ; son écriture peut se décomposer de la manière suivante : $200 + 30 + 4$ ou 2 centaines + 3 dizaines + 4 unités (soit $2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$) ;
- 142 constitue la partie décimale (à droite de la virgule) ; elle exprime les quantités inférieures à 1 (ou 10^0) en utilisant toujours les puissances de 10 qui sont, cette fois, à exposant négatif : $1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3}$ ou $\frac{1}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$.

Cette caractéristique facilite grandement l'écriture de certaines opérations à effectuer ; en effet, les calculs peuvent se résoudre comme des calculs sur les entiers en prenant en compte, bien évidemment, l'ordre de grandeur. La facilité des calculs au départ de l'écriture décimale sera à l'origine de la création d'un système d'unités de mesure approprié à la base 10 de numération : le système métrique.

Mais, cet avantage a un coût !

Comme cela a été écrit précédemment, l'ensemble des nombres rationnels (Q) prolonge l'ensemble des nombres entiers (Z). Le sens du verbe prolonger ne signifie nullement que cette action va de soi. Prolonger, dans ce cas précis, renvoie à l'idée que l'ensemble des rationnels contient l'ensemble des naturels. Contrairement à ce que laisserait croire une vision romantique du développement des connaissances, celles-ci ne se développent pas de manière purement linéaire mais bien en opérant des ruptures. C'est particulièrement vrai pour l'enseignement des nombres ; l'extension du domaine numérique des naturels aux rationnels nécessite la prise en compte de ruptures épistémologiques importantes. Le tableau suivant en présente quatre.

	Dans N	Dans Q
• l'idée de succession	• Un naturel a toujours un successeur. Le successeur de " 7 " est " 8 ".	• Cette idée n'a évidemment pas de sens pour les rationnels. Ainsi, quel est le successeur de " 2,75 " ? " 2,76 " ou " 2,751 " ?
• l'intercalation	• Entre deux naturels, il existe un nombre fini de naturels.	• Entre deux rationnels, il existe une infinité de nombres (densité des rationnels).
• les règles de comparaison	• $12 > 8$	• mais $6,12 < 6,8$
• les zéros inutiles	• Ils se placent uniquement à la gauche du nombre.	• Ils se placent aussi à la droite du nombre.

Ces différences sont à l'origine d'autant de difficultés dans l'appropriation de l'écriture décimale des ces rationnels. En effet, celle-ci intervient après un

travail de plusieurs années sur l'écriture des nombres entiers. Pour les enseignants, il est dès lors difficile d'empêcher les élèves de traiter l'écriture décimale sur le modèle construit pour les entiers et donc de considérer que $8,12 > 8,3 > 8,2$ ou que " trente-deux unités trois centièmes " s'écrit, en chiffres, de la manière suivante " 32,003 ".

La partie consacrée à l'analyse des erreurs d'élèves montre qu'elles peuvent être les conséquences d'une prise en compte insuffisante de ces ruptures (voir page 22).

5. Que doit-on retenir de l'évolution historique de l'écriture des rationnels?

Les premiers éléments de réponse apportés à la question : « qu'est-ce qu'un nombre rationnel ? » ne doivent pas faire oublier que la conceptualisation mathématique de cet ensemble de nombres s'étale sur près de 20 siècles. Garder à l'esprit cette élaboration progressive devrait inciter à plus d'indulgence face aux nombreuses erreurs commises par les élèves !



Dans *Le sens de la mesure*, Rouche (1992) écrit ceci : « *Les nombres naturels sont nés de collections finies, dont la nature offre une infinité d'exemples. On peut croire qu'ils ont été les premiers, dans la nuit des temps, à être conçus et utilisés par les hommes. Les fractions doivent être venues ensuite, dans la pratique de l'artisanat et du commerce, pour exprimer les grandeurs que l'on débite en morceaux et que l'on mesure. Les choses en seraient peut être restées là si les pythagoriciens, s'emparant des nombres pour en faire le principe de la Science, n'avaient échoué dans leur tentative de mesurer un simple segment : la diagonale d'un carré (en prenant le côté pour unité de longueur). Cette mésaventure invraisemblable conduit Eudoxe à la théorie des grandeurs et des proportions. Sur la base de ces deux concepts purement géométriques, les Grecs de l'époque classique ont construit toute une mathématique ignorant les nombres autres que 1, 2, 3 ... Il fallut ensuite plus de deux millénaires pour que les hommes d'abord admettent l'idée puis construisent la théorie de ces nombres parfaitement insaisissables (les réels positifs capables d'exprimer la longueur d'un segment quelconque) [...]*

Ainsi, c'est d'abord du projet et de la difficulté de mesurer des grandeurs que les nombres (autres que naturels) sont nés à travers une longue histoire. Mais paradoxalement, les mathématiques ont abouti au XIXe siècle à proposer des nombres rationnels d'abord et réels ensuite, une construction théorique libérée de toute considération relative aux grandeurs : ces nombres y sont étudiés en s'appuyant seulement sur la théorie des ensembles et celle des nombres naturels ».

La mesure des grandeurs est, après le dénombrement, un objet important de travail pour les premiers mathématiciens de l'Antiquité. Mesurer des grandeurs (aires, volumes, masses, ...) passe, à ce moment de l'histoire, par des démarches de comparaison faisant intervenir des nombres entiers.



Comme le soulignent Fénichel et Pauvert (1997), « *mesurer une grandeur, c'est la comparer à une autre grandeur de même type prise comme unité ; autrement dit, c'est compter combien de fois cette grandeur contient l'unité. Quand celle-ci est trop grande, on la divise pour obtenir une unité plus petite et apparaissent ainsi les rapports d'unités entières. Cette conception de la mesure se limitant aux nombres entiers a été systématisée par Pythagore* » .

La décomposition en parties de l'unité est très tôt apparue chez les hommes. Ainsi, les Égyptiens (près de 4000 ans avant notre ère) utilisaient déjà des fractions dont le numérateur valait exclusivement un (un demi, un quart ...) sans toutefois leur donner le statut de nombres ; les fractions étaient considérées comme des opérateurs sur les nombres. En fait, comme le souligne Ermel (1997), pour un scribe, la fraction $\frac{3}{7}$ ne s'écrit pas car elle n'a pas valeur de résultat ; c'est davantage une opération à réaliser, un partage à effectuer (par exemple, partager trois pains entre sept soldats).

La fraction $\frac{3}{7}$ n'intéresse pas le scribe, ce qui compte pour lui c'est quels « quantités de pains » chacun de ces soldats doit recevoir.

Au niveau de l'écriture, il est vraisemblable que le codage des fractions ne fut pas immédiat (comme cela a également été le cas pour l'écriture des entiers). Dans la civilisation égyptienne, l'écriture d'une fraction se faisait à l'aide d'un hiéroglyphe particulier (« la bouche ») qui signifiait alors partie et qu'on plaçait sur le nombre de parts de l'unité :

Exemples :

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{201}$

Les choses en seraient peut-être restées là si les Pythagoriciens n'avaient pas découvert qu'il n'y avait pas toujours de commune mesure entre deux côtés (notamment qu'il n'était pas possible de mesurer la diagonale d'un carré, en prenant le côté pour unité de longueur).



Selon Rouché, cette découverte (les nombres naturels ne peuvent suffire à l'étude de la géométrie) est à l'origine de la scission historique entre la géométrie, qui s'occupera désormais des grandeurs, et l'arithmétique, qui s'occupera des nombres naturels. Il faudra attendre une vingtaine de siècles (publications, en 1872, de Dedekind sur la définition des nombres irrationnels et de Cantor, sur une autre construction des nombres irrationnels) pour que la mise au point d'autres univers de nombres (rationnels, réels) soit susceptible de réconcilier la géométrie avec les nombres.

Si les fractions sont couramment utilisées depuis plusieurs millénaires, il faudra attendre le IXe siècle pour voir des mathématiciens arabes utiliser de manière explicite les nombres décimaux et généraliser progressivement le concept de nombre aux rationnels et aux irrationnels positifs. Les mathématiciens arabes jouent un rôle fondamental dans le développement conceptuel des décimaux.



A la mort de Mahomet, les Arabes édifièrent un vaste empire, ce qui les amènera à découvrir et à assimiler rapidement les cultures et conceptions culturelles des civilisations qui les ont précédés.

Pour Taton (cité par Dubois, Fénichel & Pauvert, 1993), « *le peuple arabe a ainsi joué dans l'histoire de la science un rôle de tout premier plan : en conservant les trésors des sciences grecque et indienne et en leur donnant une nouvelle vie, un caractère original, il a permis le renouveau scientifique du Moyen-Age et le splendide épanouissement ultérieur* ». Ils reprendront à la civilisation indienne le principe de numération de position (notre numération actuelle) et les principales techniques opératoires qui vont les conduire aux nombres décimaux.

Une excellente connaissance de l'arithmétique indienne et un élargissement du concept de nombre à tous les rationnels vont permettre aux Arabes d'inventer les décimaux dont le codage décimal des parties de l'unité ne sera vulgarisé que beaucoup plus tard, vers le XIVe siècle (cfr. travaux d'Al-Kasi, mort en 1429).

En Europe, l'utilisation des décimaux est plus tardive. Ce n'est qu'au XVIe siècle que paraît le premier ouvrage concernant le concept de nombre décimal ; il s'agit de l'ouvrage de Simon Stevin, *La Disme* (1585). Dans ce dernier, il préconise de coder les décimaux comme suit : le nombre 8,934 sera écrit $8^0 9^1 3^2 4^3$. Il remplace les procédures de calcul sur les fractions par des opérations sur les décimaux ; l'utilisateur des décimaux n'aura qu'à appliquer les procédures déjà valables pour les entiers. Il recommande également de développer un système de mesure cohérent avec ce système décimal (qui deviendra par la suite notre système métrique).

En pratique, il faudra toutefois attendre le XIXe siècle pour que le système métrique et les nombres décimaux soient imposés à la population française.