Communauté française de Belgique

Ministère de la Communauté française
Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique

L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE : COMMENT LE REVOIR ?

Par Nicolas ROUCHE, pour l'équipe du CREM

Article publié dans
Le Point sur la Recherche en Education
N° 4
Novembre 1997

et diffusé sur
http://www.agers.cfwb.be/pedag/recheduc/point.asp

Service général des Affaires générales, de la Recherche en éducation et du Pilotage interréseaux
9-13, rue Belliard 1040 Bruxelles
Tél. +32 (2) 213 59 11
Fax +32 (2) 213 59 91

Depuis le premier novembre 1995, le CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) poursuit une recherche sur l'enseignement de la géométrie, dans le cadre d'une convention passée avec la Direction Générale de l'Organisation des Etudes. Nous avons rendu compte ici même en 1996 des premiers résultats de ce travail, prévu pour une durée de trois ans. Nous sommes maintenant à peu de choses près à la moitié de cette recherche, et par conséquent nous pouvons donner quelques précisions supplémentaires sur le chemin qu'elle est en train de prendre. Le plus simple est sans doute de parcourir avec le lecteur la table des matières provisoire que nous avons adoptée et qui nous sert actuellement de guide.

Une introduction rappellera les raisons, en général bien connues, qui font que l'enseignement de la géométrie est aujourd'hui en difficulté. Ces difficultés ne sont pas propres à la Belgique francophone. Elles ont leur origine dans l'évolution des mathématiques elles-mêmes et dans le changement de statut de la géométrie élémentaire dans le corpus des connaissances mathématiques. La géométrie a été la matière la plus secouée dans les réformes des trente dernières années.

Un premier chapitre devrait s'intituler *« Les origines de la géométrie »*. Nous tâcherons d'y montrer comment se situe la perception des objets solides, la conscience de la permanence de leur forme et de leurs dimensions. Les objets géométriques plans, comme par exemple les triangles isocèles, les rectangles et les parallélogrammes, sont perçus de la manière la plus fidèle lorsqu'ils sont devant l'observateur, en position frontale et à distance de toucher, avec en plus leurs éléments de symétrie accordés à ceux de l'appareil perceptif de l'homme. Cette dernière condition est réalisée par exemple pour un triangle isocèle en position frontale lorsque son axe de symétrie se trouve dans le plan de symétrie de l'observateur. Mais la connaissance que l'on a de ces objets intègre aussi les vues qu'ils nous offrent lorsqu'ils se trouvent par rapport à l'observateur dans les positions les plus quelconques.

Nous essayons ensuite de classer les divers types d'objets qui sollicitent la pensée géométrique, selon la façon dont ils interviennent dans cette pensée. Nous distinguons ainsi les formes « libres » à symétrie simple, comme par exemple un papillon, les formes géométriques simples à forte symétrie comme les cercles et les carrés, les formes géométriques simples à symétrie modéré telles que les triangles isocèles, les rectangles et les parallélogrammes, et enfin les formes géométriques complexes, celles qui posent les problèmes les plus ardus. Ce sont les figures de la troisième espèce qui nous paraissent les plus porteuses de certaines évidences sur lesquelles on peut bâtir un premier savoir géométrique. Ces évidences ont trait aux figures elles-mêmes, à leurs symétries ainsi qu'aux mouvements naturellement associés à celles-ci.

Le deuxième chapitre essaiera précisément de montrer qu'il est possible de construire une première géométrie argumentée en partant de telles évidences? Nous chercherons à ce que ce chapitre soit accessible à tout lecteur non mathématicien, à ce qu'il soit une introduction claire à ce que l'on pourrait appeler une géométrie naturelle, plane et de l'espace. Il ne contiendra donc, dans sa partie principale, aucune allusion à une autre géométrie constituée. Mais il sera suivi de commentaires qui argumenteront les choix de matières et de méthodes qui auront été faits. Ces commentaires seront de nature mathématique et didactique.

Le troisième chapitre expliquera le développement des représentations d’objets de l’espace, et le rôle qu’elles peuvent jouer dans l’apprentissage de la géométrie, par le va-et-vient qu’elles instaurent nécessairement entre le plan et l’espace. L’exposé examinera les croquis spontanés à main levée, les maquettes, les développements de solides, les projections orthogonales coordonnées, la perspective cavalière et la perspective à point de fuite.

Le quatrième chapitre s’intitulera *Grandeurs, repérages, linéarité.* On tentera d’y suivre le développement de l’idée de grandeur depuis ses expressions les plus élémentaires, celles où la mesure n’est pas encore présente, puis de l’idée de repérage sur une droite, dans un plan et dans l’espace (ce qui alors mobilise l’idée de mesure des longueurs). La mesure étant une des premières expressions de la linéarité, on suivra l’idée de proportionnalité, de transformation linéaire, depuis sa naissance jusqu’à ses expressions les plus évoluées dans les espaces vectoriels.

Compte tenu de ce que la notion de mesure des longueurs aura été développée dans le quatrième chapitre, on s’attachera dans le cinquième chapitre à traiter des autres mesures, et en particulier des mesures d’aires et de solides, qui conduisent au calcul intégral.

Le sixième chapitre sera consacré aux problèmes d’orientation, en commençant par celles auxquelles est confronté l’être humain lorsqu’il rencontre la verticale (le haut et le bas) et les directions horizontales liées à son propre corps, à savoir l’avant et l’arrière ainsi que la gauche et la droite. On tâchera de dégager les liens que l’apprentissage de la géométrie chez les tout jeunes enfants peut entretenir avec les phénomènes étudiés habituellement sous nom de psychomotricité. On introduira ensuite les orientations du plan et de l’espace. Cette étude sera poursuivie jusqu’à la problématique des changements de base dans les espaces vectoriels.

Le septième chapitre fera le point sur ce que l’on sait aujourd’hui de l’activité de preuve et de son apprentissage, et de la spécificité des preuves dans le domaine de la géométrie. Il s’agit d’un chapitre extrêmement important, puisqu’on sait qu’il donne lieu aujourd’hui à de très nombreuses controverses, et que la nature même de la preuve , aux différents paliers de rigueur par lesquels les élèves passent nécessairement, est délicate à préciser.

Le huitième chapitre fera le point sur ce que les moyens informatiques peuvent apporter d’important à l’apprentissage de la géométrie, et aussi sur ce qu’ils ne peuvent pas apporter (car ils ne pourront jamais, entre autres, dispenser de la perception et de la manipulation des objets réels).

Tous les chapitres seront accompagnés d’exemples de situations problèmes illustrant les question traitées, et constituant autant de propositions d’activité pour les élèves. Parmi ces situations, nous nous efforcerons, tout au long de l’ouvrage, de montrer la pertinence des recours à l’histoire des mathématiques et aux arts plastiques. Nous consacrerons les deux derniers chapitres à des exposés de synthèse sur les rôles respectifs de l’histoire et des arts dans l’apprentissage de la géométrie.

Un point essentiel de notre étude, et le lecteur s'en sera peut-être rendu compte en lisant ce compte-rendu jusqu'ici, est que nous considérons l'apprentissage de la géométrie, comme d'ailleurs de tout autre chapitre des mathématiques, comme une entreprise qui commence à la naissance et se développe à travers toute la jeunesse. Ainsi, beaucoup de phénomènes qui portent à penser géométriquement ne sont pas mathématisés d'emblée, au sens des mathématiques constituées. Celles-ci se construisent petit à petit à travers de nombreuses reprises et d'inévitable mutations conceptuelles.

Nous avons bon espoir de mener à bien cette étude, dont nous ne sous-estimons pas la difficulté. Un de nos atouts est que l'équipe attelée - à temps plein ou partiel - à ce travail comporte une institutrice maternelle (Sylvie Denis), une institutrice primaire (Thaïs Sander), trois agrégés de l'enseignement secondaire inférieur (Bernard Honclaire, Françoise Van Dieren et Marie-Françoise Van Troeye), un licencié en mathématiques (Serge Sabbatini) et trois docteurs (Luc Lismont, Nicolas Rouche et Jacques Van Santvoort).

Notre recherche sera terminée dans le courant de l'automne 1998 et disponible peu après.