

APPRENTI GEOMETRE : UN NOUVEAU LOGICIEL

Nicolas ROUCHE et Philippe SKILBECQ
CREM

*Je souhaiterais que la tête
commandât la main.*

Le Corbusier

Qu'est-ce qu'Apprenti Géomètre ?

Apprenti Géomètre est un logiciel interactif d'aide à l'apprentissage de la géométrie élémentaire¹. Il est conçu comme un champ d'expérimentation original, complémentaire à d'autres plus traditionnels tels que les pliages, découpages, manipulations de miroirs et, bien entendu, les dessins aux instruments. Il dépasse le cadre de la géométrie au sens étroit, car il s'étend à l'apprentissage des grandeurs, des fractions et de la notion de mesure.

Voyons d'abord en quoi consiste ce logiciel dans les grandes lignes. L'utilisateur peut y activer deux champs d'expériences appelés respectivement le *kit standard* et le *kit libre*.

Le *kit standard* fait apparaître à l'écran des cercles et des polygones de formes et dimensions constantes, que l'on peut mouvoir, découper et assembler de toutes sortes de façons. Il comporte aussi des dessins de cubes réalisés selon deux systèmes de perspective cavalière.

Le *kit libre* complète le kit standard. Il propose principalement, outre des cercles, des triangles, quadrilatères et autres polygones classiques (triangle isocèle, triangle rectangle, trapèze, parallélogramme, etc.). Chacune de ces figures peut être déformée, sans toutefois qu'elle cesse de répondre à sa définition². Elle peut aussi être translatée, tournée et soumise à une symétrie orthogonale. Le kit libre permet encore de dessiner des segments perpendiculaires ou parallèles. Il permet enfin de dessiner des lignes allant de sommet en sommet sur une trame de points à maille carrée (l'analogue du géoplan) et sur une autre à maille triangulaire équilatérale.

Il s'agit donc d'un logiciel conçu pour dessiner, mouvoir et modifier des figures, disponible pour toutes sortes d'activités géométriques, et non d'un recueil de situations didactiques figées. Par conséquent, chaque enseignant peut s'en servir pour animer sa classe selon ses conceptions personnelles, en particulier en laissant aux élèves la marge de liberté qu'il souhaite.

Les auteurs de ce logiciel ont particulièrement veillé à réduire le plus possible les efforts nécessaires pour le maîtriser techniquement. Ainsi les élèves -ils doivent savoir lire- sont plongés dans la géométrie après une très brève initiation. Vers huit ans et selon les circonstances, ils ont besoin de trois à quatre séquences de travail pour maîtriser l'ensemble des commandes du kit standard. Le kit libre est destiné à des élèves plus avancés. Comme il n'est rien d'autre qu'un complément du kit standard, tout ce que les élèves ont maîtrisé de celui-ci continue à servir.

Notons enfin que notre logiciel est assez souple pour que chaque enseignant puisse composer, à son usage et à celui de ses élèves, un kit original rassemblant les figures et les fonctions qu'il aura lui-même sélectionnées.

¹Ce logiciel est adapté à tous les types d'ordinateurs et peut être téléchargé gratuitement à partir du site internet <http://www.profor.be/crem/index.htm>
² Le logiciel bien connu Cabri-géomètre offre la même possibilité.

Le contenu général d'Apprenti Géomètre étant ainsi esquissé, notre intention dans cette note est d'expliquer la partie du logiciel qui nous paraît la plus originale, à savoir les manipulations de polygones proposées dans le kit standard.

Des figures groupées par familles

Les polygones sont proposés par familles³: la famille du carré, celle du triangle équilatéral et celle du pentagone régulier. Pour expliquer les principes qui ont présidé à la composition de ces familles, détaillons celle du carré, que montre la figure 1.

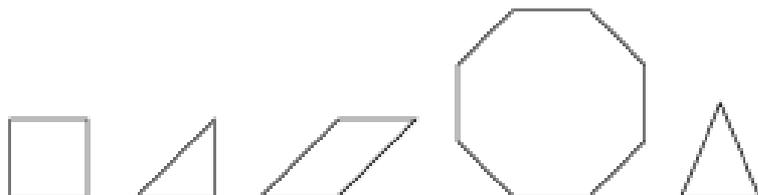


Figure 1

Elle comprend d'abord un carré de grandeur fixée; ensuite un triangle rectangle isocèle, moitié du carré, puis le parallélogramme obtenu en accolant deux triangles de cette sorte; enfin, d'une part l'octogone régulier de même côté que le carré et d'autre part le triangle isocèle constituant un huitième de cet octogone. On le voit, il s'agit d'une famille peu nombreuse, dont les membres sont quelques polygones à peu de côtés, symétriques, aisément discernables les uns des autres. Comme ils sont en outre de forme et de grandeur constantes, ils sont des objets stables, qui deviennent vite familiers. Ils diffèrent en cela des figures proposées dans le kit libre (et dans Cabri-Géomètre), car celles-ci n'ont pas une taille spécifiée à l'avance et elles peuvent passer par toutes les formes compatibles avec leur définition. En ce sens, les polygones de la famille du carré –et la remarque s'étendra aux autres familles–, sont des matériaux d'une géométrie plus élémentaire que celle qui s'exprime à travers des figures déformables.

L'originalité d'une telle famille, c'est que les polygones qui la constituent ont les rapports de côtés et d'angles particulièrement simples, ce qui fait qu'ils se transforment facilement les uns dans les autres par pavage, fusion, découpage et autres opérations élémentaires. Les élèves ont donc à leur disposition un matériau qui favorise les découvertes.

En guise de contre-exemple, si on mélange la famille du carré et celle du triangle équilatéral, on rend les combinaisons géométriquement significatives moins probables.

L'originalité du kit standard

On peut se demander en quoi cet apport du kit standard se distingue de ce qu'on peut faire avec des polygones en carton. Voici quelques éléments de réponse qui nous semblent démontrer l'originalité et l'intérêt de notre logiciel.

Un élève peut puiser librement dans un stock de polygones en carton, et leur faire subir les mouvements les plus libres, y compris les plus spontanés, les moins réfléchis. Dans le kit standard

³ Avertissement important : ces familles –on va le voir– ne constituent nullement un nouveau concept géométrique qu'il faudrait enseigner. Il s'agit simplement de certains regroupements de polygones qui favorisent l'émergence des notions de mesure et de fraction.

par contre, il doit d'abord sélectionner un polygone par son nom ou un mouvement particulier par son nom. Ensuite n'apparaîtra à l'écran que la figure choisie ou ne sera possible que le mouvement choisi. Toute action passe donc par la conscience et par le langage, toute suite d'actions est organisée comme une suite de mots. Ces mots ont un sens, sans qu'il soit besoin de les définir, sans l'intervention de l'enseignant : le sens, le référent de chacun, n'est autre que ce qu'il produit, figure ou mouvement. Un lien direct s'établit du mot à la chose ou à l'action.

En ce qui concerne les actions, la pratique la plus commune en informatique consiste à sélectionner d'abord l'objet sur lequel on veut agir, et ensuite seulement l'action à réaliser sur cet objet. Dans *Apprenti Géomètre*, on procède dans l'ordre inverse : on choisit l'action et ensuite l'objet. Or cet ordre a des conséquences. En effet, sélectionner un objet, en général, n'engage à rien. On peut choisir un objet, puis un autre, etc. sans intention. Sélectionner un objet à l'écran peut n'impliquer que la vue et la main sans la pensée. On peut toujours papillonner d'un objet à l'autre. Par contre, sélectionner une action, nécessairement par son nom, implique une intention : l'action appartient au futur, il faut donc la penser d'abord, elle porte sur un objet et doit lui être adaptée, elle a un début et une fin. Par conséquent, sélectionner une action, par opposition à sélectionner un objet, est une démarche réflexive. Bien sûr choisir un objet *peut* faire partie d'un projet, d'une suite d'actions qui va vers un but, mais cela n'est pas nécessaire. Tandis que choisir une action est en quelque sorte déjà un projet. Ainsi, choisir d'abord l'action et ensuite seulement l'objet sur lequel elle porte a pour conséquence – du moins nous l'espérons – de susciter davantage la conscience d'un déroulement de faits, d'un enchaînement.

Un autre caractère propre à *Apprenti Géomètre* est le rôle qu'y jouent les orientations et les mouvements. Les polygones apparaissent toujours au moment de leur création avec la même orientation privilégiée. À partir de là, ils ne peuvent être soumis qu'à trois mouvements qui s'exécutent de façon absolument précise : une translation (Déplacer), une rotation (Tourner) ou une symétrie orthogonale (Retourner). Comparés aux déplacements et retournements les plus généraux, ces trois mouvements sont simples, chacun aisément reconnaissable et discernable des deux autres. Ils sont en quelque sorte isolés – et de ce fait ils sont en évidence – de l'infinité confuse de tous les mouvements possibles. Par contraste, un élève qui manie des polygones en carton soumet ceux-ci aux mouvements les plus spontanés et parfois les moins voulus.

Ces trois mouvements particuliers sont présents dans *Apprenti Géomètre* à leur niveau intuitif de base. En d'autres termes, ils ne sont ni analysés, ni théorisés. Certes, ils sont sélectionnés par leur nom, mais chacun obéit à une simple commande de la main : nous l'avons dit déjà, l'opérateur ne spécifie ni le segment orienté caractéristique de la translation, ni le centre ni l'angle de la rotation, ni l'axe de la symétrie orthogonale. Ces mouvements ne sont pas théorisés, ils sont en attente de l'être.

Ces trois mouvements n'ont d'ailleurs pas été choisis seulement pour leur évidence : ils permettent aussi, à eux trois et par des enchaînements appropriés, de réaliser les mouvements les plus généraux.

Revenons à la comparaison avec les polygones en carton. L'enseignant qui les utilise met entre les mains des élèves les polygones particuliers qu'il a choisis, mais il ne leur propose pas, de façon immédiate et claire, des mouvements particuliers. Au contraire, *Apprenti Géomètre* amène à l'avant-plan, et donc à la conscience, les trois mouvements constitutifs des isométries planes. MERAY au XIX^e siècle, BOURLET, BOREL et aussi POINCARÉ au début du XX^e ont montré que la géométrie était au départ inséparable des mouvements⁴. Dans cette perspective, *Apprenti*

⁴ Faute de place, nous ne pouvons pas développer ici cette question, pourtant fondamentale. La pensée géométrique se construit, à son début, sur une articulation des figures et des mouvements, mais elle évolue vers la géométrie théorique d'aujourd'hui en éliminant les mouvements, pour ne retenir, à leur place, que les transformations (qui, malgré leur nom, sont des structures figées), et les groupes de transformations. À ce sujet, voir par exemple BKOUCHE, R. [1991].

Géomètre contribue sans doute à mettre en œuvre une articulation claire des mouvements et des figures simples.

Une autre observation encore complètera notre analyse. Comme nous l'avons dit, les polygones apparaissent à l'écran dans une orientation privilégiée et constante. Grâce à cela, le nombre des mouvements nécessaires pour créer des assemblages intéressants est souvent assez petit. Prenons l'exemple des trois pavages réguliers du plan, ceux que l'on réalise soit avec des triangles équilatéraux, soit avec des carrés, soit avec des hexagones réguliers (voir figure 2). Dans ces deux derniers, tous les pavés ont la même orientation, et par conséquent, à partir de pavés dupliqués (de facto dans la même orientation), on n'aura besoin que de translations pour réaliser le pavage. Dans le pavage avec des triangles équilatéraux, les pavés ont deux orientations : on passe de l'une à l'autre par exemple⁵ par une rotation d'un demi-tour. Résultat : pour constituer ce pavage, on n'aura besoin que de translations et de rotations d'un demi-tour. On pourrait multiplier de tels exemples. Ils nous amènent à conclure qu'Apprenti Géomètre favorise la création d'assemblages originaux en minimisant le nombre d'opérations à exécuter pour les obtenir.

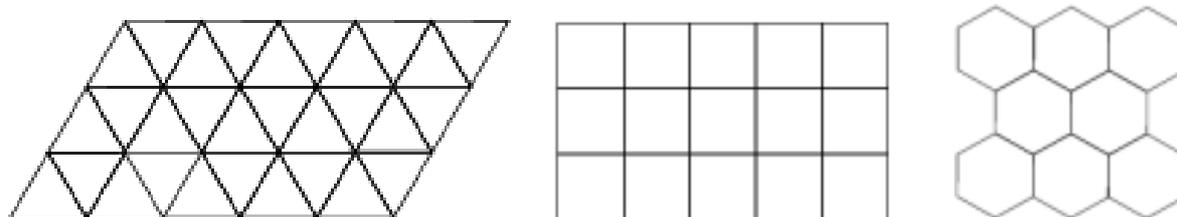


Figure 2

Notons enfin deux particularités d'Apprenti Géomètre comparé aux polygones en carton : la possibilité de faire passer un polygone de l'arrière-plan à l'avant-plan et réciproquement sans aucun mouvement, et la possibilité de transformer un polygone opaque en un polygone transparent et réciproquement.

Terminons en soulignant qu'Apprenti Géomètre en général, et le kit standard en particulier, ne sont ni l'un ni l'autre l'outil miracle pour s'initier à la géométrie plane. Ce logiciel n'est pas une panacée. Il vient en complément des autres moyens bien connus tels que pliages, les polygones en carton, les images dans des miroirs, etc., chacun irremplaçable.

Enfin la place nous manque pour évoquer ici les expériences que nous avons menées dans des classes et qui nous font bien augurer de l'utilité de notre logiciel. Nous pensons en outre qu'il sera susceptible de nombreuses applications dans l'enseignement secondaire.

⁵ On peut aussi passer de l'une à l'autre par une symétrie orthogonale, une rotation de 60 degrés,...

Bibliographie

FREUDENTHAL, H. [1973]

Mathematics as an educational task, Reidel, Dordrecht.

BKOUCHE, R. [1991]

Variations autour de la réforme de 1902-1905, in GISPERT, H. et al., Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences et Société Mathématique de France, Paris.

WALLON, H. [1970]

De l'acte à la pensée, Flammarion, Paris.

Pour obtenir plus d'informations sur cette communication :
rouche@math.ucl.ac.be

Note

Nicolas ROUCHE et Philippe SKILBECQ sont membres du CREM (Centre de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 5 rue Emie Vandervelde, B-1400 Nivelles, Belgique, crem@sec.cfwb.be). Le logiciel présenté ici a été réalisé à la demande de Monsieur Jean-Marc NOLLET, Ministre de l'Enfance, chargé des de l'Enseignement fondamental, de l'accueil et des Missions confiées à l'O.N.E.. L'équipe de conception était composée de Michel BAILLIEU, Marie-France GUISSARD, Patricia Laurent, Christine LEMAITRE, Guy Noël, Nicolas ROUCHE, Philippe SKILBECQ et Marie-Françoise VAN TROEYE. Alain DESMARETS et Bernard HONCLAIRE ont été consultants pour le projet. La firme Abaque a réalisé la programmation. Enfin les observations de Thérèse GILBERT ont permis de clarifier substantiellement la présente étude : bien merci à elle.