Quatrième partie

Outils pédagogiques

Chapitre 15

Problématisation et formation continue

15.1. Introduction

Dans le cadre de notre recherche, un certain nombre d'expériences ont été réalisées :

- l'observation d'élèves, pris isolément, en situation de résolution de problème (cfr. dans le chapitre 11 les problèmes du quart de rond, de l'eau et du vin, ...) ; l'objectif était d'isoler les phases essentielles traversées par l'élève lors d'une telle résolution,
- la présentation dans une classe de séquences d'enseignement sur un thème donné (cfr. les chapitres 12, 13 et 14, ...) ; l'objectif était de mettre au point quelques exemples-types de construction de cours au départ de situations-problèmes,
- l'évaluation d'un test portant sur la résolution d'un problème (cfr. dans la suite les chapitres 17, 18, ...) ; l'objectif était de relever et comparer quelques caractéristiques simples présentes dans les copies d'élèves à l'occasion d'une telle activité,
- la réalisation d'un travail de fin d'études par un élève sous forme d'un document multimédia (cfr. le chapitre 20) ; l'objectif était d'étudier une solution alternative aux problèmes de rédaction des raisonnements mathématiques.

Ces expériences portent donc essentiellement sur les comportements des **élèves** dans diverses situations bien spécifiées de résolution de problèmes.

Mais si l'élève est au centre du processus d'apprentissage, il n'en est pas pour autant le seul acteur ! Il nous semble en effet important de ne pas négliger ici les problèmes que rencontrent les enseignants, dans leur pratique quotidienne, avec l'intégration des activités de résolution de problèmes dans leur cours, ce que nous avons appelé ailleurs (cfr. le chapitre 11) la **problématisation du cours de mathématiques**.

15.2. Pourquoi envisager une formation à la problématisation ?

La préparation des séquences d'enseignement consacrées à l'intégrale (chapitre 12), à la multiplication des matrices (chapitre 13) et aux probabilités (chapitre 14) a été une première occasion de confronter et d'adapter nos idées aux pratiques d'enseignement d'un petit groupe de professeurs. Les difficultés relevées à cette occasion nous ont incités à reprendre sous une autre forme, plus ouverte, cette question de la formation des enseignants à la problématisation de leur cours. Cette question était d'autant plus présente que la rencontre et le dialogue avec les enseignants sur le terrain permettaient de vérifier que beaucoup d'entre eux étaient mal préparés à la problématisation d'un cours de mathématiques. Une des raisons — parmi d'autres — de cet état de choses est que la construction inductive des savoirs, tout particulièrement en mathématiques, est rarement pratiquée dans l'enseignement supérieur.

Si la formation initiale est donc peu orientée vers un enseignement par situations-problèmes, c'est par la formation continue qu'il faut espérer faire évoluer la pratique des enseignants.

Comme dans le cas des séquences d'enseignement, nous avons donc essayé de mettre au point des **modules-types** de formation continue, qui intègrent les résultats essentiels de notre recherche, et les proposent sous une forme ouverte à la pratique et à la critique des enseignants. Ces documents doivent à notre sens être considérés comme des **outils pédagogiques** au sens donné à cette expression par le décret relatif aux missions de l'école, [1](article 28).

15.3. Quelques caractéristiques des modules de formation

Les modules proposés se rapportent à une **partie significative** du cours. Les matières y sont réparties en **sections** dans lesquelles on retrouve en général quatre types d'activités :

- des **questions** : elles servent d'introduction au thème principal de la section, l'aspect procédural y est souvent prépondérant,
- des **synthèses** : elles développent et mettent en valeur la transition entre le stade procédural et le stade structural dans le thème en question,
- des **exercices** : ils permettent de vérifier que les étapes de compréhension élémentaire du thème sont franchies,
- des **problèmes** : ils sont d'un niveau de difficulté plus significatif, et sous-entendent souvent une bonne maîtrise conceptuelle du thème étudié.

L'ordre des activités qui semble ainsi induit ne veut pas être contraignant : une synthèse peut très bien être fractionnée en différentes parties, qui sont chacune proposée au moment opportun, par exemple après un exercice ou un problème approprié. Dans le même ordre d'idées, la collection d'exercices et de problèmes n'a évidemment rien d'exhaustif, et des références sont explicitement fournies pour étoffer la liste proposée dans le cours de la formation.

La forme du document et la présentation qui en est faite dans le courant de la formation, essaient de laisser — autant que faire se peut — suffisamment de liberté à l'enseignant dans son projet de construction du cours, tout en lui fournissant un cadre de référence solide pour lui permettre de tenter des expériences constructives.

L'animation des séances de formation est organisée autour de la hiérarchie des compétences mises en jeu dans la problématisation d'un cours, et sur les trois points de vue caractéristiques — mathématique, didactique et psychologique — qui en relèvent (cfr. les chapitres 6, 7 et 8).

15.4. Un exemple détaillé

Diverses expériences d'animation de formations continues pendant cette année scolaire 1998-1999 ont fourni l'occasion d'expérimenter ce type de module auprès des enseignants.

Plus précisément, un module de formation, intitulé « Géométrie écrite et algèbre visuelle », et concernant le nouveau programme d'algèbre et géométrie en cinquième transition (6 et 4 périodes/semaine) a été élaboré au départ des résultats d'une recherche antérieure (L'algèbre linéaire au troisième degré du secondaire, [111], [112]).

La formation a comporté deux parties, la première a été consacrée à l'appropriation du vocabulaire et des résultats de base du calcul vectoriel : opérations fondamentales, équations des objets linéaires de l'espace, produit scalaire ; la seconde partie s'est intéressée à la représentation matricielle et aux transformations du plan et de l'espace.

Une journée de formation a été consacrée à chacune de ces parties. La première partie a été présentée

- dans le cadre des formations ICAFOC : le 15 octobre 1998 à Libramont et le 22 octobre 1998 à Mons,
- dans le cadre des séminaires du Centre de Didactique des Sciences de l'Université de Mons-Hainaut : le 2 décembre 1998 à Mons.

La seconde partie a été présentée

- dans le cadre des formations ICAFOC : le 4 mars 1999 à Libramont et le 11 mars 1999 à Mons,
- dans le cadre des séminaires du Centre de Didactique des Sciences de l'Université de Mons-Hainaut : le 24 février 1999 à Mons.

Chacune de ces séances a été suivie — en moyenne — par trente à quarante enseignants.

On trouvera dans le chapitre suivant la reproduction intégrale ([1]) des notes distribuées à cette occasion. A titre indicatif, en voici le sommaire.

([1]) Mais nous n'avons pas jugé utile de reproduire aussi les recueils de dessins et d'illustrations qui accompagnaient ces notes, et suggéraient les solutions de beaucoup d'exercices et problèmes.

1. Les deux opérations fondamentales. Il s'agit de la découverte et de la mise au point des règles de base du calcul vectoriel dans l'espace.

2. Les droites et les plans. Ce chapitre signale quelques raccourcis vers les équations de plans et droites, sans négliger pour autant l'approche classique. Une **annexe** est consacrée à la preuve de ce que les axiomes de la géométrie synthétique, dégagés dans le cours de quatrième, sont équivalents à ceux du calcul vectoriel.

3. Une question d'équilibre. On propose une approche critique de la notion de centre de masse en physique (ou barycentre, en mathématique), et on en étudie quelques propriétés peu banales.

4. Des angles au produit scalaire. On aborde le produit scalaire entre autres au départ d'une question de variation d'une fonction d'angle dans un tétraèdre.

5. Le produit scalaire ... dans tous ses états. Il s'agit de détailler quelques applications, à la fois fondamentales et naturelles, du produit scalaire en géométrie.

6. Un peu de programmation linéaire. Quelques problèmes issus des sciences économiques sont modélisés géométriquement, et laissent se profiler à l'horizon la méthode du simplexe.

7. Les statistiques et le calcul des distances minimales. On explicite les relations entre un problème très classique de plus courte distance entre un point et un plan, et la célèbre méthode des moindres carrés utilisées pour déterminer une droite de régression linéaire en statistique.

8. La représentation matricielle. L'étude détaillée d'un problème écologique (l'évolution d'une population d'oiseaux ; cfr. aussi le chapitre 13) permet d'introduire la représentation matricielle des transformations linéaires du plan, et de mettre en évidence la remarquable efficacité de ce type de modélisation.

9. Le début d'un herbier. Cette section étudie quelques transformations linéaires du plan et de l'espace (symétries, réflexions, projections, translations, homothéties, rotations, ...) ainsi que leur composition et décomposition, tant du point de vue géométrique qu'algébrique.

10. La marche-arrière. Il s'agit d'explorer la construction de la transformation inverse d'une transformation linéaire ainsi que son interprétation en termes de matrices ou de systèmes d'équations linéaires. Quelques applications économiques sont discutées (modèle de Leontief, ...).

11. Un retour aux sources. Un certain nombres de questions étaient restées posées à la fin de la section 8. Elles sont reprises et résolues ici sous forme géométrique, à l'aide du logiciel TRANSAFF du C.D.S. (cfr. les références dans les notes). Un problème d'ethnologie achève de montrer la versatilité de la modélisation matricielle.

Bibliographie

L'ensemble du module renferme 14 questions, 26 exercices et 21 problèmes, soit un total de 61 énoncés.

15.5. Parmi les premières réactions . . .

Pendant chacune des présentations du module, quelques réactions convergentes ont été relevées auprès des enseignants présents ([2])

- Un intérêt marqué pour certaines situations-problèmes intéressantes et riches : la problématique des barycentres (questions 5, 6, 7, problème 6), la variation de fonctions angulaires dans un tétraèdre régulier (question 11), les perpendiculaires communes aux arêtes non coplanaires d'un octaèdre régulier (problème 7), l'interprétation spatiale de la programmation linéaire (problèmes 10 et 11), l'évolution d'une population d'oiseaux (problème 13, exercices 12, 13 et 14, première partie de la section 11), le miroir tournant et la composée de réflexions (question 12), les rotations du cube et les matrices élémentaires (question 13), les problèmes économiques (analyse input-output, . . .) (question 14, exercice 26, problèmes 19 et 20), les lois de mariage chez les indiens Natchez et l'interprétation correspondante de la matrice inverse (problème 21), etc.
- Une certaine surprise quant à la manière par laquelle une démarche inductive et critique décloisonne les matières, bouleverse leur ordre (soi-disant) naturel : une construction immédiate de l'équation cartésienne d'un plan (question 3), la construction du produit scalaire à partir de la forme généralisée du théorème de Pythagore (synthèse de la section 4) et la construction dans le même esprit de mesures d'aire et de volume (problème 9), la démonstration vectorielle du critère de perpendicularité (cfr. section 5), la démonstration du théorème des trois perpendiculaires (exercice 9), l'interprétation complètement géométrique de la régression linéaire sur trois points (cfr. la synthèse de la section 7), la lecture de la multiplication matricielle (cfr. la synthèse de la section 8), la démonstration vectorielle des formules de Cramer (cfr. la synthèse de la section 10), l'intérêt des seules solutions positives dans les systèmes d'équations linéaires issus de problèmes économiques (problèmes 19 et 20), la recherche expérimentale et la visualisation de droites propres à l'aide du logiciel TRANSAFF (section 11), etc.

([2]) La numérotation des sections, questions, exercices et problèmes dans le compte-rendu de ces réactions est celle des notes distribuées aux enseignants.

- Une sensibilité aux exercices de « drill intelligent », c'est-à-dire à des exercices de fixation, à première vue assez répétitifs, mais qui par leur contextualisation ([3]) sont la source de questions nouvelles, enrichissantes, de plus en plus conceptuelles : les coordonnées des sommets des premiers polyèdres réguliers (exercices 1 et 2, problème 1), les plans remarquables associés à ces polyèdres (exercices 5 et 7, problème 3), les perpendiculaires communes aux arètes non coplanaires d'un octaèdre régulier (problème 7), la plupart des exercices de représentation matricielle de transformations linéaires du plan ou de l'espace (exercices 16 à 25), etc.

D'autres réactions ne pourront se manifester qu'après que des enseignants intéressés auront expérimenté dans leurs classes certaines parties du module.

Il reste enfin à signaler que le problème 7 a fait l'objet de deux expériences — dans des contextes différents — de mise au point d'une grille d'évaluation. Ces expériences sont relatées dans le chapitre 18.

Références

[1], [111], [112].

([3]) Par exemple : le fait qu'ils concernent des figures ayant de nombreuses symétries.