**Approches didactiques de l’enseignement des mathématiques**

Michèle Artigue, LDAR & IREM, Université Paris-Diderot, Paris 7

**Introduction**

Les discours autour des mathématiques, de leur rôle dans le monde actuel, des enjeux de leur enseignement, des difficultés de les enseigner et de les apprendre, sont très présents sur la scène publique.

Il ne fait pas de doute que les mathématiques qui ont, sous une forme ou autre, accompagné le développement de l’humanité depuis ses origines, sont aujourd’hui une science foisonnante et extraordinairement vivante, une science qui a su tisser des liens avec une grande diversité de domaines au-delà des relations privilégiées qu’elle a historiquement nouées avec la physique, et se nourrir de ces connections. Ceci est particulièrement visible en cette année qui est celle des mathématiques de la planète terre, la terre vue comme système physique mais aussi comme planète habitée et transformée par l’homme, comme système où s’organise la vie d’une multitude d’espèces. J’invite ceux qui ne l’ont pas encore fait à se connecter sur le site français de ce projet où chaque jour une brève présente au grand public une des facettes de ces interactions multiples entre les mathématiques et le monde qui nous entoure. Cette vitalité des mathématiques est aussi bien visible dans la nouvelle brochure éditée par la SMF intitulée *L’explosion continue*. De plus en plus de mathématiciens s’impliquent, en effet, dans des actions de popularisation des mathématiques, en direction des élèves ou du grand public pour essayer de faire partager la vision des mathématiques qui est la leur, une vision qui contraste si fortement avec celle que renvoie la culture commune.

Il ne fait pas de doute non plus que les mathématiques constituent partout dans le monde un des piliers de la culture scolaire, au moins dans la scolarité de base. Il s’agit bien sûr d’apprendre à compter, comme le rappelle le tryptique : lire, écrire, compter, longtemps associé à l’école élémentaire, mais il y a accord pour considérer que les enjeux de l’enseignement des mathématiques vont bien au-delà. Comme le rappelle un texte récent publié par l’UNESCO (UNESCO, 2011) :

*Une éducation mathématique de qualité doit permettre de se forger une image positive et appropriée des mathématiques. (…) Elle doit permettre aux élèves de comprendre à quels besoins répondent les mathématiques qui leur sont enseignées, et aussi que les mathématiques qui leur sont enseignées s’inscrivent dans une longue histoire qui se conjugue avec celle de l’humanité. (…) Elle doit permettre aux élèves de comprendre que les mathématiques ne sont pas un corpus de connaissances figé mais au contraire une science vivante en pleine expansion, dont l’évolution se nourrit de celle des autres champs scientifiques et les nourrit en retour. Elle doit aussi permettre aux élèves de voir les mathématiques comme une science qui peut et doit contribuer à la résolution des problèmes majeurs auxquels le monde doit aujourd’hui faire face qui ont été rappelés dans l’introduction commune. Une éducation mathématique de qualité doit donc être portée par une vision des mathématiques comme une science vivante, en prise avec le monde réel,* *ouverte aux relations avec les autres disciplines, cette ouverture n’étant pas limitée d’ailleurs aux seules disciplines scientifiques. Elle doit donc en particulier permettre aux élèves de comprendre la puissance des mathématiques comme outil de modélisation pour comprendre et agir sur le monde.* (UNESCO, 2011, pp. 10-11)

Par ailleurs, comme le souligne ce même texte, les besoins les plus basiques ont eux-mêmes évolué, du fait de l’évolution sociale et technologique.

*Il ne suffit plus aujourd’hui de maîtriser les savoirs basiques concernant les nombres et les grandeurs qui ont longtemps constitué la condition mathématique de l’intégration sociale. La culture numérique dans laquelle baignent de plus en plus les sociétés actuelles, les responsabilités nouvelles que doivent assumer les individus, en tant que citoyens ou à titre personnel, l’incertitude grandissante qui marque le monde dans lequel nous vivons, nécessitent une révision de l’idée de littéracie mathématique. (…) Comme c’était le cas hier, l’enfant doit apprendre à acquérir le sens des nombres et des formules, apprendre à estimer, mesurer, jouer avec les ordres de grandeur. Cependant, d’une part ces bases ne suffisent plus à répondre aux besoins actuels qui se sont fortement accrus, d’autre part on ne peut penser leur apprentissage même, sans prendre en compte les conditions sociales actuelles d’usage de ces connaissances, ni les moyens nouveaux que les technologies offrent pour cet apprentissage.* (ibidem, pp. 13-14)

Il ne fait pas de doute enfin, comme le souligne aussi ce texte, que l’enseignement des mathématiques peine à remplir ces missions, tant pratiques, citoyennes, qu’intellectuelles. Nos sociétés se sont habituées à l’ignorance dans ce domaine, et nos élites tant politiques qu’intellectuelles n’éprouvent aucune honte à se déclarer nulles en mathématiques. Nos systèmes éducatifs se sont trop souvent habitués à l’échec en mathématiques, à voir bon nombre d’élèves se sentir un jour ou l’autre rejetés par les mathématiques, à perdre confiance dans leur capacité d’en apprendre, à voir aussi bon nombre de ceux qui y ont scolairement réussi ne pas les apprécier pour autant. Ce n’est pas un hasard si le cinéaste Olivier Peyon a intitulé le long métrage qu’il vient d’achever *Comment j’ai détesté les maths !*, et le fait débuter par les déclarations particulièrement négatives d’élèves et d’étudiants, alors même qu’il se propose de donner une image positive des mathématiques et des mathématiciens.

**Une vision historique**

Et pourtant, la réflexion portée à l’enseignement des mathématiques est particulièrement ancienne, sans doute comme le soulignait le mathématicien Jean-Pierre Kahane lorsqu’il présidait la Commission de réflexion sur l’enseignement des mathématiques[[1]](#endnote-1), parce que, plus que dans aucun autre domaine, développement scientifique et enseignement ont été intimement imbriqués. Le rôle du cours de Cauchy à l’Ecole Polytechnique dans la fondation de l’analyse mathématique au 19e siècle en est l’exemple le plus souvent cité mais il est loin d’être unique. Il y a plus d’un siècle maintenant qu’a été créée à l’Academie dei Lincei à Rome, lors du cinquième congrès des mathématiciens, en 1908, la Commission internationale pour l’enseignement des mathématiques, connue aujourd’hui par son acronyme ICMI[[2]](#endnote-2), qui n’a depuis cessé d’œuvrer pour favoriser la réflexion et les échanges dans ce domaine, promouvoir et soutenir des actions visant à améliorer l’enseignement des mathématiques et leur apprentissage, comme le montrent particulièrement bien les actes du Symposium organisé à Rome en mars 2008 pour célébrer son centenaire (Menghini, Furinghetti, Giacardi & Arzarello, 2009). Pour avoir participé étroitement à la vie de cette commission de 1998 à 2012, comme vice-présidente, présidente, puis présidente-sortante, je peux témoigner de ces efforts, mais aussi de la difficulté de faire bouger une réalité, des images aussi incrustées dans l’inconscient collectif de nos cultures. Je peux témoigner de la difficulté à capitaliser les connaissances indéniablement acquises dans un domaine :

* si dépendant des contextes et des cultures, même quand il s’agit de recherche,
* si sensible aux changements et évolutions de toutes sortes et où, même si certains savoirs semblent bien stabilisés, les solutions trouvées pour leur exploitation pratique n’ont qu’une durée de vie souvent très limitée et doivent être sans cesse reprises et réaménagées,
* si souvent soumis par le fait de décisions politiques à des mouvements de balanciers faisant rejeter brutalement ce que l’on présentait quelques années auparavant comme la solution,
* enfin où toutes les paroles sont souvent mises sur le même plan, qu’elles témoignent d’une opinion, de l’expérience personnelle ou d’un travail de recherche et d’expérimentation systématique et contrôlé.

J’ai souligné, il y a un instant, l’ancienneté de la réflexion et des échanges internationaux autour de l’enseignement des mathématiques attestée par la création de l’ICMI, je viens d’évoquer la recherche sur cet enseignement, avec ce que cela induit de travail systématique et contrôlé, de mise à l’épreuve des idées, de construction d’un discours théorique. Comme le rappellent les actes du Symposium déjà cité, des thèses en éducation mathématique ont été soutenues dès le début du 20e siècle, la première semble-t-il dirigée par le formateur et historien des mathématiques David Eugene Smith aux USA, celui-la même qui avait été à l’origine de la création de l’ICMI. A l’initiative du célèbre mathématicien Felix Klein, très impliqué dans les questions d’enseignement et premier président de l’ICMI, des chaires de didactique des mathématiques ont été ouvertes dès cette époque en Allemagne. L’existence d’une recherche dédiée à l’enseignement des mathématiques et répondant aux exigences qui sont celles d’une recherche scientifique est cependant bien plus récente. Ce n’est que dans les années 50 qu’ont été clairement reconnues les limites du travail de réflexion, de comparaison et d’échanges qui avait été mené jusque là et avait conduit à des milliers de pages de rapports (plus de 300 rapports rien que dans les premières années du fonctionnement de l’ICMI, avant la première guerre mondiale), que le besoin d’une véritable recherche s’est fait sentir. C’est ce qui a conduit par exemple à la création de la CIEAEM[[3]](#endnote-3) en 1950, une organisation toujours active et aujourd’hui affiliée à l’ICMI. C’est ce qui a aussi, sous l’impulsion de son président de l’époque Hans Freudenthal, conduit à une évolution substantielle de l’ICMI, dans les années soixante. Le premier congrès international sur l’enseignement des mathématiques fut ainsi organisé à Lyon en 1969 ; la même année était créée à côté de la revue *L’enseignement mathématique* qui restait l’organe officiel d’ICMI, la revue *Educational Studies in Mathematics* qui est vite devenue et restée la principale revue de recherche dans ce domaine. Quelques années plus tard, au congrès de Kalrsuhe en 1976, étaient créés les deux premiers groupes d’étude affiliés à ICMI : le groupe HPM (History and Pedagogy of Mathematics) et le groupe PME (Psychology of Mathematics Education), ce dernier consacré à la recherche et témoignant de l’importance accordée à cette dimension de ses activités par la Commission.

**La didactique des mathématiques comme champ de recherche**

De multiples champs de recherche sont susceptibles de contribuer à notre connaissance des processus d’enseignement et d’apprentissage de façon générale, et à ceux concernant les mathématiques plus particulièrement, notamment les divers champs qui participent de ce que l’on englobe sous le vocable général de sciences de l’education. Mon propos ici est plus spécifique. Je ne saurais parler au nom des sciences de l’éducation. Je suis mathématicienne de formation et didacticienne, et c’est avec cette expertise réduite que je m’interroge sur ce que la recherche a à apporter aux questions qui nous préoccupent dans ce colloque. Je suis didacticienne donc mais la didactique des mathématiques est elle-même multiple, d’où le pluriel intentionnel dans le titre de cette conférence. J’ai été formée en France où la didactique s’est sans aucun doute développée de façon originale, et ce pour plusieurs raisons :

* parce que du fait du rôle majeur joué des personnalités comme Guy Brousseau et Gérard Vergnaud, cette didactique a voulu d’emblée se constituer comme un champ scientifique à part entière, avec ses dimensions fondamentale et appliquée, et non pas comme une extension d’un champ déjà constitué comme la psychologie ou les mathématiques,
* parce que cette recherche, tout en étant soucieuse de son autonomie, a voulu garder des liens privilégiés avec les institutions mathématiques et les acteurs de ces institutions,
* enfin parce que, grâce aux IREM[[4]](#endnote-4) progressivement créés à partir de 1969, cette recherche n’a pas été une recherche de laboratoire mais est restée en contact étroit avec le terrain de l’enseignement, et s’est développée en collaboration étroite avec ses acteurs.

Dès le début, ainsi, *la* *théorie des situations*, tout en s’appuyant sur l’épistémologie piagétienne et l’idée d’un apprentissage par adaptation à l’environnement, a prôné une vision systémique des processus d’enseignement et d’apprentissage, mettant au centre de la conceptualisation la situation d’enseignement et d’apprentissage vue comme un système d’interactions entre élèves, maître et savoir (Brousseau, 1998). Très vite, elle a développé une méthodologie, celle de *l’ingénierie didactique* (Artigue, 2013), qui permettait de mettre à l’épreuve hypothèses et idées dans des réalisations de classe, d’identifier à ce niveau des phénomènes didactiques tels ceux, cruciaux, liés à l’existence nécessaire d’un *contrat didactique*, largement implicite, qui régule les attentes respectives des enseignants et élèves concernant les mathématiques en jeu dans leur activité conjointe, et à ses paradoxes. Ensuite, *la théorie anthropologique du diactique* initiée par Yves Chevallard (Chevallard, 2002 ; à paraître) a élargi encore cette perspective systémique en mettant au centre de sa contruction, la notion *d’institution* et de pratique institutionnelle, et en fournissant de nombreux outils, dont celui de *l’échelle des niveaux de co-détermination didactique* pour aider à analyser et comprendre la complexité des forces qui conditionnent à différents niveaux ce qui est enseigné donc ce qui peut être appris, ou *la dialectique des médias et des milieux* qui aide aujourd’hui le didacticien à prendre en charge les évolutions profondes dans les modes d’accès à l’information et à la connaissance. Car il est vain aujourd’hui de vouloir considérer l’enseignant comme le seul médiateur entre l’élève et le savoir, la classe comme un univers clos. La classe est un système ouvert sur le monde, et où le monde extérieur est de plus en plus présent, même s’il l’est virtuellement. Il est source de questions mais aussi d’information et même de réponses potentielles, accessibles sur Internet, qu’il s’agit de savoir rechercher, trier, comprendre, critiquer, tester, valider ou invalider, adapter à son contexte et ses besoins propres. L’image de l’élève construisant ses connaissances de façon autonome en s’adaptant à un environnement scolaire clos soigneusement préparé pour lui par l’enseignant est une image de plus en plus déphasée par rapport aux modes d’apprentissage portés par l’évolution technologique et sociale. Et, sans pour autant rejeter ce que nous ont appris des décennies de travail de conception de tâches et de situations productives pour l’apprentissage, l’enseignement des mathématiques doit en prendre la mesure.

**Un exemple sur les fonctions développé dans le cadre du projet européen EdUmatics**

Je vais illustrer tout ceci avec un thème particulier mais central pour les mathématiques et leur l’enseignement : celui des fonctions. Déjà, au 18e siècle, Euler mettait la notion de fonction au centre de l’édifice mathématique. Pour ce qui est de l’enseignement, c’est avec les réformes qui se mettent en place dans l’enseignement secondaire de nombreux pays, au début du 20e siècle, que cette reconnaissance s’effectue. Le mathématicien Félix Klein, qui prend une part très active dans la réforme Méran en Allemagne en sera un vibrant promoteur comme le montre cet extrait de son célèbre ouvrage à destination des enseignants du secondaire (Elementary mathematics from an advanced standpoint) (Klein, 1924, 1932).

*Nous, qui sommes appelés les réformateurs, voudrions mettre le concept de fonction au centre de l’enseignement, car de tous les concepts mathématiques des deux siècles passés, c’est celui qui joue le rôle majeur partout où la pensée mathématique est utilisée. Nous voudrions l’introduire dans l’enseignement aussi tôt que possible, avec un usage constant de la méthode graphique, la représentation des relations fonctionnelles dans le système de coordonnées x y, qui est aujourd’hui utilisée dans toutes les applications pratiques des mathématiques.* (p. 4, ma traduction*)*

Depuis l’époque de Félix Klein, cette place centrale des fonctions dans les mathématiques n’a fait que se confirmer et, dans le même temps, le paysage fonctionnel s’est considérablement élargi, faisant par exemple des fonctions continues sans dérivées comme celles associées au mouvement Brownien, des courbes fractales des objets familiers à tout mathématicien, alors qu’il s’agissait de monstres sans possibilités d’applications pour Felix Klein. Cette importance du concept de fonction a conduit de très nombreux didacticiens partout dans le monde à en étudier l’apprentissage et l’enseignement, dans leurs contextes respectifs. Ce n’est pas mon propos ici de décrire les avancées de la recherche dans ce domaine, et les régularités observées transcendant la diversité des contextes éducatifs, cela nous entraînerait trop loin, mais je vais cependant essayer de les faire sentir en évoquant deux familles de situations développées dans le cadre d’un projet européen de conception collaborative de ressources pour la formation des enseignants de mathématiques à l’utilisation professionnelle de technologies numériques. Il s’agit du projet EdUmatics[[5]](#endnote-5) auquel ont collaboré 10 équipes universitaires et 10 établissements secondaires associés venant de sept pays. Les fonctions très présentes dans les cinq modules développés et au cœur du module 3 centré sur fonctions et modélisation fonctionnelle.

La famille des enseignes

Cette famille correspond à un type de situation de modélisation fonctionnelle intra-mathématique classique. Il s’agit de montrer ici aux enseignants ce que peut apporter l’usage d’un logiciel comme Géogebra au travail sur les situations de ce type, en comparant résolution avec et sans technologie.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Figure 1 : La famille des enseignes

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Figure 2 : Exploration géométrique et utilisation de Trace

Ce que permet ici la technologie, c’est :

* **une approche expérimentale du problème** qui peut-être appuyée de diverses façons et ne nécessite pas une modélisation algébrique de la situation, comme le montre la figure 2,
* **une interaction réelle entre des approches qualitatives et quantitatives, entre cadres numérique, algébrique et géométrique, ainsi qu’entre les différents registres sémiotiques associés**, des interactions prouvées importantes pour l’apprentissages des fonctions et le développement d’une pensée fonctionnelle,
* **la possibilité de varier facilement dimensions et formes et d’étudier ce qui se généralise** ou pas.

En résumé, la technologie si elle est convenablement utilisée permet un travail plus riche, plus représentatif d’une activité mathématique authentique et avec plus de responsabilité mathématique donnée à l’élève.

La famille des poursuites

Dans le projet EdUmatics, nous ne souhaitons pas cependant nous limiter à faire réfléchir les enseignants à l’intérêt des technologies numériques pour revisiter la résolution de problèmes classiques. Il s’agit aussi de montrer comment la technologie peut être utilisée pour rapprocher l’enseignement des mathématiques d’objets proches de la culture des élèves, leur apprendre à utiliser les mathématiques pour les simuler, les comprendre, les exploiter. C’est l’objet notamment de la famille des poursuites (Cazes & Vandebrouck, à paraître).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Figure 3 : Exemples de vidéos de poursuites

On part ici de vidéos de poursuite que l’on décrit, compare, modélise pour construire des simulations. Le travail fonctionnel émerge alors naturellement des questions que posent la réalisation et le jeu avec ces simulations, et il peut rebondir dans une succession de questions et de travaux associés.

|  |  |
| --- | --- |
| Sans titre8.tiff | Sans titre1.tiff |

Figure 4 : La simulation d’une poursuite simple et son exploitation pour étudier la variation de la durée de la poursuite en fonction de la vitesse du poursuivant

Les deux types de situations sont très différents, mais les deux s’appuient sur les connaissances didactiques acquises sur l’apprentissage des fonctions :

* l’importance de motiver l’introduction de fonctions par la résolution de problèmes où la pensée fonctionnelle est un outil performant, voire indispensable,
* l’importance de travailler les fonctions comme co-variations entre grandeurs,
* l’importance de travailler les fonctions dans plusieurs cadres et dans une diversité de registres sémiotiques, sans accorder trop tôt une importance exclusive au cadre algébrique et aux formules,
* l’importance d’organiser interactions entre cadres et registres, et entre les discours associés
* l’importance à accorder aux processus de modélisation fonctionnelle et à leur complexité, et à l’engagement des élèves dans de tels processus.

Elles s’appuient aussi bien sûr sur des connaissances didactiques plus transversales, et en particulier dans l’exploitation faite de ces situations en formation, une grande attention est portée à l’identification des variables didactiques des situations et de leurs effets potentiels, aux processus de dévolution et d’institutionnalisation, au partage des responsabilités mathématiques entre élèves et enseignant, à l’imbrication de connaissances instrumentales et mathématiques. On travaille aussi sur les conditions possibles d’implémentation de l’une ou l’autre famille, dans un contexte curriculaire et institutionnel donné. Il est clair ici par exemple que les deux familles n’ont pas les mêmes contraintes de viabilité écologique, que leur exploitation productive ne requiert pas non plus la même expertise didactique et technologique de l’enseignant.

Dans ce qui précède, j’ai essayé de donner une idée de ce qu’est le travail de recherche didactique et de ce qu’il peut produire quand il capitalise sur un certain nombre d’acquis. Car il est clair que, quel que soit le domaine mathématique, nombres et calcul, géométries et grandeurs, algèbre, fonctions, analyse, probabilités et statistiques, les connaissances didactiques se sont accumulées au cours des dernières décennies. Les Handbooks qui paraissent régulièrement, les études thématiques ICMI (22 à ce jour, la réalisation de chacune d’elles prenant environ quatre ans) essaient d’en donner des visions synthétiques et régulièrement actualisées. Mais ces travaux qui sont centrés sur des domaines mathématiques précis ne représentent qu’une partie de la recherche didacique. Au cours des deux dernières décennies par exemple, la recherche didactique initialement centrée sur l’élève et ses apprentissages, s’est déplacée vers l’étude de l’enseignant, de ses pratiques, de la façon dont elles se forment et de développent, des potentialités et limites des formations initiales et continues existantes. Cette évolution était nécessaire car trop longtemps, la problématicité de l’acteur enseignant a été sous-estimée et la connaissance des déterminants complexes de son action négligée ou traitée d’une façon trop générale qui ne donnait pas accès à l’intelligibilité de ses répercussions sur les apprentissages mathématiques. Aujourd’hui une revue est spécifiquement dédiée à ces questions, le *Journal of Teacher Mathematics Education*, un handbook (*The Handbook of Mathematics Teacher Education*) en 4 volumes est paru chez Sense Publishers à partir de 2008, qui montrent l’importance des travaux menés sur ces questions. Cette importance, je la vois au sein de mon propre laboratoire, avec une bonne moitié des thèses de doctorat consacrées ces dernières années à cette thématique, avec aussi le développement d’une approche théorique spécifique de l’étude des pratiques enseignantes connue maintenant sous le nom de double approche parce qu’elle combine de façon originale des perspectives didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002), (Vandebrouck, 2008), et également le pilotage du projet national GUPTEN qui a étudié les genèses d’usage des technologies numériques chez les enseignants débutants (Lagrange, 2013).

**Recherche didactique, instrument de vigilance**

La recherche didactique produit des connaissances et des savoirs, et ce faisant elle produit des instruments d’intelligibilité du réel et des outils d’action sur ce même réel. Sa fonction sociale cependant ne se réduit pas à cela. Dans un monde éducatif si soumis aux effets de mode, si prêt à croire aux remèdes miracles, elle se doit aussi de fournir des outils de vigilance épistémologique et didactique. Je pourrais utiliser, pour illustrer ce point différents thèmes, par exemple celui des compétences auquel mes collègues belges me semblent particulièrement sensibles par exemple, ou celui de l’évaluation, un thème particulièrement sensible aujourd’hui avec la pression croissante exercée par les évaluations standardisées à grande échelle. J’en ai choisi un autre, lui aussi aujourd’hui très présent dans les discours sur l’enseignement des mathématiques et plus largement des sciences, celui des démarches d’investigation, ou en anglais de l’inquiry based learning, inquiry based pedagogy, inquiry based education.

En 2007 est paru le rapport connu sous le nom de rapport Rocard commandité par la Commission Européenne (Rocard et al., 2007). Ce rapport voyait dans la façon d’enseigner les sciences et les mathématiques une cause essentielle d‘une désaffection des jeunes pour les carrières scientifiques qui mettait en péril la compétivité économique de l’Europe. Il préconisait pour y remédier la dissemination de stratégies d’enseignement basées sur les démarches d’investigation. La Commission Européenne, dans le cadre de son septième Framework Programme Sciences et Societé, a subventionné de façon importante des projets visant à permettre cette dissémination, comme le montrent les portails scientix.eu et le réseau Proconet qui regroupe les responsables de nombre de ces projets. J’ai été ces quatre dernières années associée à deux d’entre eux, les projets Fibonacci et Primas[[6]](#endnote-6). Fibonacci s’appuyait plus particulièrement sur l’expérience des projets antérieurs *Pollen* pour les sciences et *Sinus* pour les mathématiques, d’ailleurs cités comme exemple dans le rapport Rocard, Primas n’avait pas ses antécedents mais un certain nombre de ses partenaires avaient déjà collaboré au sein du projet Comenius LEMA visant l’intégration de pratiques de modélisation dans l’enseignement des mathématiques. Contrairement à ce que l’on aurait pu penser, la nature exacte des démarches que l’on souhaitait disséminer, ce qui les unifiait et les distinguait d’une discipline scientifique à l’autre, n’était pas complètement clarifié lorsque ces projets ont démarré. C’était notamment le cas pour les mathématiques, et ce n’est pas pur hasard si le rapport Rocard déjà cité avait choisi d’utiliser la terminologie d’un enseignement basé sur la résolution de problèmes s’agissant des mathématiques. La terminologie d’inquiry based learning a en effet d’abord émergé dans l’enseignement des sciences et ce n’est que plus récemment qu’elle a pénétré les discours concernant l’enseignement des mathématiques. Le discours politique, celui des appels d’offre européens n’y est d’ailleurs pas étranger. Mais ceci ne signifie nullement que les conceptions de l’apprentissage sous-jacentes aux démarches d’investigation sont nouvelles pour l’enseignement des mathématiques. Bien on contraire, comme nous l’avons montré avec mon collègue danois Morten [Blomhøj](http://link.springer.com/search?facet-author=%22Morten+Blomh%C3%B8j%22) dans un article dédié à la conceptualisation de l’inquiry based learning ou education en mathématiques, qui vient de paraître (Artigue & [Blomhøj](http://link.springer.com/search?facet-author=%22Morten+Blomh%C3%B8j%22), 2013), on peut considérer que les principales approches développées en didactique des mathématiques depuis l’émergence de ce champ comme champ de recherche en partagent des valeurs essentielles.

C’est ainsi le cas pour la théorie des situations déjà mentionnée ainsi que pour la théorie anthropologique du didactique dont la notion de parcours d’étude et de recherche peut être vue comme une modélisation de ces démarches, mais c’est aussi le cas pour des approches comme celle connue sous le nom de Realistic Mathematics Education et qui a sa source dans les idées de Hans Freudenthal et les travaux qu’il a inspirés à Utrecht dans l’institut qui porte maintenant son nom, pour les travaux du groupe international ICTMA[[7]](#endnote-7) centrés sur la modélisation, ou même ceux relevant d’approches plus récentes comme les approches dialogiques ou critiques. Comme nous l’avons montré, revenant aux idées fondatrices de Dewey, le philosophe et éducateur américain souvent considéré comme le fondateur de l’inquiry based education, chacune de ces approches fait apparaître une vision et une cohérence propes, mettant plus ou moins l’accent sur telles ou telles dimensions de l’IBL ou IBE vu comme idéal-type au sens de Weber.

Le travail a permis de comprendre que chacun arrivait dans ces projets européens avec une vision des démarches d’investigation portée par sa discipline et sa culture. Et Il y a sans aucun doute une portée par la communauté francophone de Belgique. Derrière la bannière de l’IBP, cohabitent ainsi des visions toutes cohérentes mais dont les priorités didactiques sont sensiblement différentes. Cette compréhension m’a semblé essentielle pour que l’on puisse bénéficier des acquis de la recherche, et ne pas tomber dans le piège, si tentant en éducation, d’une course à l’innovation portée sans cesse par de nouveaux slogans, même s’il est clair que nos connaissances doivent être régulièrement questionnées, mises à l’épreuve et partiellement reconstruites pour afronter des défis qui, en dépit de leur permanence, se trouvent sans cesse renouvelés par l’évolution des conditions et contraintes auxquels sont soumis les systèmes d’enseignement, ainsi que l’évolution des attentes de la société à leur égard.

Il y aurait encore beaucoup à dire sur ces projets, la façon dont ils montré l’obstacle à la dissémination de l’IBP que constituent les modes usuels d’évaluation, la façon dont ils ont amené à questionner les modèles usuels de dissémination[[8]](#endnote-8). Mais j’arrêterai là mon discours pour conclure.

**Acquis et limites : le problème du changement d’échelle**

Sans rentrer dans des détails techniques, j’ai essayé, dans cette conférence introductive, de montrer que la didactique des mathématiques qui a commencé à se développer dans les années 60 dans de nombreux pays, nourrie à la fois de l’enthousiasme, des espérances et des désillusions des grandes réformes entreprises à l’époque, s’est progressivement constituée comme un champ de recherche à la fois fondamental et appliqué. Elle a accumulé des connaissances essentielles à la compréhension des processus d’enseignement et apprentissage de cette discipline. Elle a soutenu des expérimentations nombreuses, dans les contextes les plus divers, montrant qu’il est possible d’enseigner les mathématiques de manière à ce que les élèves en fassent sens et les apprécient, qu’elles deviennent pour eux des instruments d’intelligibilité du monde, qu’elles les aident à y assurer leurs responsabilités citoyennes. Il y a cependant une énorme distance entre la compréhension des processus et la capacité de produire des réussites locales dans des environnement bien contrôlés et la capacité à changer à grande échelle la situation de l’enseignement des mathématiques. Il y a là un défi réel à relever pour la recherche en didactique des mathématiques aujourd’hui mais un défi qui, pour être relevé, requiert une volonté collective et des moyens autres que ceux qui ont été jusqu’ici ceux de la recherche, une volonté et une grande lucidité politique aussi. Jusqu’ici peu de pays semblent en avoir pris la mesure.

**Références :**

Artigue, M. (2013). Didactic engineering in mathematics education. In: Lerman S. (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*: SpringerReference ([www.springerreference.com](http://www.springerreference.com/)). Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. DOI: 10.1007/SpringerReference\_313223 2013-05-24 20:08:43 UTC

[Artigue](http://link.springer.com/search?facet-author=%22Mich%C3%A8le+Artigue%22), M., & [Blomhøj](http://link.springer.com/search?facet-author=%22Morten+Blomh%C3%B8j%22), M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 45(6), 797-810.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques en mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage editions.

Chevallard, Y. (2002) Organiser l’étude 3. Écologie & régulation. In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (Eds.) *Actes de la 11e Ecole d’Eté de Didactique des Mathématiques* (pp.41–56)*.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (à paraître). Teaching mathematics in tomorrow’s society: a case for an oncoming counterparadigm. *Lecture at ICME-12*, Seoul. July 2012. http://www.icme12.org/upload/submission/1985\_F.pdf. Accès 19 novembre 2013.

Kahane, J.P. (coord.) (2001). *L’enseignement des sciences mathématiques*. Paris : Editions Odile Jacob.

* Lagrange, J.B. (Ed.) (2013). *Les Technologies numériques pour l’enseignement. Usages, dispositifs et génèses.* Toulouse: Editions OCTARES.
* [Maaß](http://link.springer.com/search?facet-author=%22Katja+Maa%C3%9F%22), K. & [Artigue](http://link.springer.com/search?facet-author=%22Mich%C3%A8le+Artigue%22), M. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 45(6), 779-795.
* Menghini, M., Furinghetti, F., Giacardi, L., & Arzarello, F. (Eds.) (2009). *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education*. Roma: Istittuto della enciclopedia Italiana. <http://www.treccani.it/export/sites/default/catalogo/catalogo_prodotti/Le_collane/ICMI2008.pdf>

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et coherent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l’Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*, 2(4), 505-528.

Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo V. (2007). *L’enseignement scientifique aujourd’hui:une pédagogie renouvelée* *pour l’avenir de l’Europe.* Commission Européenne, Direction générale de la recherche, Science, économie et société.

UNESCO (2011). *Les défis de l’enseignement mathématique dans l’éducation de base*. Paris: UNESCO. unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776f.pdf‎

Vandebrouck, F (Coord.) (2008). *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse: Editions OCTARES.

1. Les premiers rapports de cette commission ont été publiés dans (Kahane, 2001). [↑](#endnote-ref-1)
2. ICMI : www.mathunion.org/**ICMI**‎ ; voir aussi le site historique d’ICMI : www.**icmi**history.unito.it/‎ [↑](#endnote-ref-2)
3. www.**cieaem**.org [↑](#endnote-ref-3)
4. Voir le portail des IREM : www.univ-**irem**.fr/‎ [↑](#endnote-ref-4)
5. www.**edumatics**.mathematik.uni-wuerzburg.de/en/‎ [↑](#endnote-ref-5)
6. Voir les sites [www.fibonacci-project.eu](http://www.fibonacci-project.eu) et [www.primas-ptoject.eu](http://www.primas-ptoject.eu) [↑](#endnote-ref-6)
7. Voir le site [www.**ictma**.net](http://www.ictma.net) [↑](#endnote-ref-7)
8. Le lecteur intéressé pourra se référer au numéro spécial de la revue *ZDM-The International Journal on Mathematics Education* consacré à l’implémentation de ces démarches dans l’enseignement au quotidien (n° 45(6) qui vient de paraître, et à l’article de synthèse qui l’introduit ([Maaß](http://link.springer.com/search?facet-author=%22Katja+Maa%C3%9F%22) & [Artigue](http://link.springer.com/search?facet-author=%22Mich%C3%A8le+Artigue%22), 2013). [↑](#endnote-ref-8)