FÉDÉRATION WALLONIE-BRUXELLES
ENSEIGNEMENT.BE

ÉVALUATION EXTERNE NON CERTIFICATIVE

3e ANNÉE DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE

EENC2022

MATHÉMATIQUES

FRACTIONS

PISTES DIDACTIQUES

P3

Ce document de pistes didactiques a été élaboré par le groupe de travail chargé de la conception de l'évaluation externe de 3e année primaire en mathématiques :

Aude BOUCKHUYT, conseillère au soutien et à l'accompagnement ;

Géraldine CERUTTI, enseignante ;

Laurence COLLOT, inspectrice ;

Sébastien DELATTRE, attaché à la Direction des Standards éducatifs et des Évaluations ;

François DESLOOVER, inspecteur ;

Mylène GOTTEAUX, conseillère au soutien et à l'accompagnement ;

Doriane JAEGERS, chercheuse au Service d'analyse des Systèmes et des Pratiques d'enseignement (Université de Liège) ;

Laurence LAHAUT, enseignante ;

Christophe LEJOLY, enseignant ;

Michèle MOREAUX, inspectrice ;

Nathalie PEETERS, enseignante ;

Isabelle PIERARD, conseillère au soutien et à l'accompagnement ;

Véronique THIELS, inspectrice ;

Poliniky VOLTEAS, conseillère au soutien et à l'accompagnement ;

Éric WILIQUET, chargé de mission à la Direction des Standards éducatifs et des Évaluations.

L'emploi dans le présent document des noms masculins pour les différents titres et fonctions est épicène en vue d'assurer la lisibilité du texte.

TABLE DES MATIERES

1. INTRODUCTION 4

2. PRINCIPAUX RÉSULTATS À L'ÉVALUATION EXTERNE NON CERTIFICATIVE 5

2.1 Les résultats globaux 5
2.2 Difficultés spécifiques et choix d'orientations des pistes didactiques 6
2.2.1 Traitement de données 6
2.2.2 Autres domaines : centration sur les grandeurs 7

3. BREF CADRAGE THÉORIQUE 8

3.1 Différentes conceptions de la fraction 8
3.2 « *Je coupe puis je prends* » : une vision figée et réductrice de la fraction 8
3.3 Pistes d'action 9
3.3.1 Aborder les fractions dans des situations variées 9
3.3.2 Encourager d'autres visions de la fraction 10

4. PRÉSENTATION GÉNÉRALE DE PISTES DIDACTIQUES 12

5. PISTE DIDACTIQUE N°1 : ENCOURAGER LE RECOURS AUX PROBLÈMES DE PARTAGE ÉQUITABLE POUR APPROCHER INTUITIVEMENT LES FRACTIONS 14

5.1 Constats issus de l'épreuve : résultats à la question 29 14
5.2 Activité 1 : « Des kiwis à la cantine ! » 16
5.2.1 Savoirs/Savoir-faire visés 16
5.2.2 Compétence visée 16
5.2.3 Déroulement 16

6. PISTE DIDACTIQUE N°2 : DÉPASSER LA VISION FIGÉE DE LA FRACTION 20

6.1 Constats issus de l'épreuve : résultats à la question 28 20
6.2 Activité 2 : « Quelle fraction ? » 22
6.2.1 Savoirs/Savoir-faire visés 22
6.2.2 Compétence visée 22
6.2.3 Déroulement 22

7. PISTE DIDACTIQUE N°3 : L'IMPORTANCE DE LA RELATIVITÉ DU TOUT 28

7.1 Constats issus de l'épreuve : résultats à la question 31 28
7.2 Activité 3 : « La partie de billes » 29
7.2.1 Savoirs/Savoir-faire visés 29
7.2.2 Déroulement 29

8. COMPLÉMENT : LE DOMINO DES FRACTIONS 32

9. BIBLIOGRAPHIE 51

1. INTRODUCTION

Ce document fait suite aux résultats de l'évaluation externe mathématiques administrée en octobre 2022 dans les classes de 3e année primaire. Cette évaluation à visée diagnostique et formative avait pour objectif d'établir un bilan précis de l'acquisition de certaines compétences et de déceler celles qui sont moins bien maitrisées et qui devraient faire l'objet d'une attention particulière.

C'est sur la base des constats présentés brièvement dans la première section du document intitulée « Principaux résultats » que deux recueils de pistes didactiques ont été élaborés, l'un sur le traitement de données et l'autre sur les fractions. Ils s'adressent aux enseignants et aux élèves de 2e et 3e années primaires. Des activités concrètes et des ressources didactiques sont proposées dans les domaines précis qui ont été pointés comme posant problème à de nombreux élèves.

2. PRINCIPAUX RÉSULTATS À L'ÉVALUATION EXTERNE NON CERTIFICATIVE

2.1 LES RÉSULTATS GLOBAUX

En octobre 2022, tous les élèves de 3e primaire ont participé à une évaluation externe non certificative (EENC) en mathématiques. Cette évaluation portait sur les quatre domaines de compétences avec une centration particulière sur le traitement de données. Ce choix se justifie par le fait que ce domaine n'a jamais fait l'objet d'une évaluation externe approfondie. Cependant, vu le faible nombre de compétences à initier ou à certifier à la fin de la 1re étape du continuum pédagogique (2e année primaire) dans le domaine du traitement de données, il a été décidé de compléter l'épreuve de mathématiques de 3e primaire par l'évaluation de quelques compétences propres aux trois autres domaines (les nombres, les grandeurs et les solides et figures). Ces compétences ont été choisies parce qu'elles étaient jugées « essentielles ». En effet, il s'agit de compétences à certifier en fin de 2e année et qui figurent à la fois dans le nouveau référentiel de mathématiques et dans le document *Essentiels et balises diagnostiques pour l'année scolaire 2021-2022.*

Le tableau ci-dessous rappelle les résultats de l'EENC de 2022. C'est sur la base de ces constats que les orientations pour les pistes didactiques ont été définies.

	Total FW-B[1]	**EMP(1)**	**EMP(2)**	**EMP(3)**	**EMP(4)**
Ensemble de l'épreuve (101 items)	75 %	66 %	74 %	78 %	82 %
Traitement de données (56 items)	81 %	71 %	79 %	84 %	87 %
Organiser selon un critère (des objets, des données) (19 items)	77 %	66 %	75 %	80 %	85 %
Lire un graphique, un tableau, un diagramme (37 items)	83 %	74 %	82 %	85 %	88 %
Nombres (28 items)	75 %	67 %	74 %	75 %	81 %
Dire, lire, écrire des nombres (12 items)	87 %	81 %	87 %	88 %	91 %
Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées (16 items)	66 %	57 %	63 %	67 %	74 %
Fractionner des objets en vue de les comparer (9 items)	53 %	41 %	51 %	57 %	62 %
Reconnaitre et comparer des figures, les différencier et les classer (8 items)	63 %	53 %	60 %	65 %	70 %

Le résultat moyen à l'épreuve est de 75 % pour l'ensemble des élèves de 3e primaire en FW-B. On observe un écart de 16 % entre les élèves qui fréquentent une école appartenant à la catégorie EMP(1) (66 %) (public socioéconomiquement défavorisé) et ceux de la catégorie EMP(4) (82 %). Ceci signifie que si vous travaillez dans une implantation appartenant à la catégorie 4, il convient de comparer les résultats moyens de vos élèves à ceux qui apparaissent dans la colonne « EMP(4) » et ainsi de suite pour chacune des catégories, de façon à comparer vos résultats à ceux d'un public plus proche du vôtre.

Les résultats par compétences sont légèrement contrastés pour le traitement de données : 77 % pour *Organiser selon un critère* et 83 % pour *Lire un graphique, un tableau, un diagramme.* Dans le domaine des nombres, la compétence *Dire, lire et écrire des nombres* semble parfaitement maitrisée (87 %). La compétence *Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées*, quant à elle, pose davantage de difficultés (66 %).

---

[1] Les résultats portent sur un échantillon représentatif de 4 698 élèves issus de 298 classes de 160 établissements.

Ajoutons que les résultats globaux des élèves à l'heure (77 %) sont nettement supérieurs à ceux des élèves accusant au moins une année de retard (63 %). En ce qui concerne les différences selon le genre, si, sur l'ensemble du test, on ne note aucune différence entre les résultats des filles (75 %) et des garçons (76 %), on perçoit une différence significative à l'avantage des filles dans le domaine du traitement des données et en particulier pour la compétence « *Organiser selon un critère* » (79 % pour les filles contre 75 % pour les garçons) et à l'avantage des garçons dans le domaine des nombres, en particulier sur la compétence « *Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées* » (63 % de réussite pour les filles contre 69 % pour les garçons).
Les résultats par domaine de compétences sont assez contrastés : le domaine du traitement de données et le domaine des nombres n'ont pas posé trop de difficultés aux élèves, alors que la reconnaissance et la comparaison de figures et surtout les fractions (grandeurs) semblent moins bien maitrisées.

2.2 DIFFICULTÉS SPÉCIFIQUES[2] ET CHOIX D'ORIENTATIONS DES PISTES DIDACTIQUES

2.2.1 TRAITEMENT DE DONNÉES

Plus de la moitié de l'évaluation non certificative de mathématiques administrée en octobre 2022 a été consacrée à l'évaluation des compétences des élèves en traitement de données. C'est la première fois que ce domaine mathématique est abordé dans le cadre d'une évaluation externe non-certificative. En 5e année primaire, l'épreuve se centrait d'ailleurs exclusivement sur le traitement de données. Pour ces raisons, le groupe de travail a décidé de consacrer une partie des pistes didactiques au développement d'activités concrètes et de ressources dans ce domaine précis.
De manière générale, les questions portant sur le traitement de données n'ont pas posé de grandes difficultés aux élèves. En effet, la lecture de tableaux, de graphiques et l'organisation de quelques données sont souvent bien (voire très bien) maitrisées. En revanche, les élèves issus d'écoles à faible statut socioéconomique rencontrent davantage de difficultés à organiser (des données, des objets…) selon un critère. De plus, si on analyse plus finement les items les moins bien réussis, on peut constater qu'ils exigent de la part des élèves ***une prise en compte simultanée de plusieurs informations***. En effet, les élèves rencontrent plus de difficultés lorsqu'il faut considérer plus de deux critères pour un classement ou lorsqu'il faut lire des données pour les comparer, les mettre en relation ou encore les interpréter en utilisant des connaissances extérieures.
C'est dans cette perspective que s'inscrivent les pistes didactiques qui ont été rédigées par le groupe de travail. Elles invitent, en effet, les enseignants à engager leurs élèves dans un véritable « processus d'enquête ». Cette démarche permet non seulement aux élèves d'apprendre à traiter plusieurs données, mais aussi à en saisir le sens.

[2] Les résultats moyens par item sont présentés de manière exhaustive dans la grille informatisée de résultats. Nous ne les reprenons donc pas dans ce document.

2.2.2 AUTRES DOMAINES : CENTRATION SUR LES GRANDEURS

Parallèlement, l'épreuve proposée aux élèves de 3e année prévoyait également l'évaluation de quelques compétences « jugées essentielles » propres aux trois autres domaines (les nombres, les grandeurs et les solides et figures).
La partie la moins bien réussie est incontestablement celle liée au domaine des grandeurs et concerne la compétence « *fractionner des objets en vue de les comparer* ». Les membres du groupe de travail ont donc décidé de développer des activités pédagogiques pour aider les enseignants à pallier les difficultés des élèves face aux fractions.
Conscients des difficultés persistantes des élèves dans le cadre de l'apprentissage des fractions, les membres du groupe de travail ont souhaité concevoir des questions permettant de lutter contre la vision souvent trop figée ou trop fragile du concept de fraction que développent les élèves. Ainsi, ils ont, par exemple, volontairement introduit des représentations moins familières (ou moins « prototypiques ») à la question 28. Ils ont aussi proposé des situations de partage où la fraction à obtenir dépassait l'unité (question 29). Ils ont aussi invité les élèves à se questionner sur la relativité du tout (question 31). Certaines de ces questions ont été jugées « trop difficiles » par plus de la moitié des enseignants (60% pour la Q28 et 55% pour la Q29). Cependant, elles ouvrent des perspectives intéressantes pour asseoir des connaissances solides dans le domaine des fractions. Ces perspectives feront l'objet d'activités précises proposées dans les pistes didactiques.

Pour faciliter la lecture et l'appropriation des pistes didactiques, deux documents distincts ont été conçus :

- Pistes didactiques : traitement de données (de l'organisation des données à la statistique)
- Pistes didactiques : les fractions

3. BREF CADRAGE THÉORIQUE

3.1 DIFFÉRENTES CONCEPTIONS DE LA FRACTION

Le concept de fraction peut recouvrir différentes significations. Classiquement, les fractions peuvent être regroupées en trois catégories distinctes (de Terwangne *et al.*, 2017) :

- les **fractions opérateurs** (aussi appelées **fractions partages**) qui agissent sur des objets, des grandeurs ou des quantités (par exemple $\frac{1}{4}$ de gâteau, $\frac{3}{5}$ de litre ou $\frac{2}{3}$ d'une collection de billes) ;
- les **fraction rapports** envisagées comme le résultat de la comparaison de deux grandeurs de même nature (par exemple l'échelle $\frac{1}{10.000}$ ou l'écran 16/9) ;
- les **fractions nombres** envisagées comme un nombre à part entière qui correspond à l'abscisse d'un point sur la droite des nombres ($\frac{1}{2}$ ou $\frac{7}{4}$ sur la droite graduée).

Dans l'enseignement primaire, le travail sur les fractions s'inscrit principalement dans le domaine des grandeurs. La compétence spécifique évaluée dans l'épreuve de mathématiques et développée dans ces pistes didactiques s'intitule « *Fractionner des objets en vue de les comparer (partager en deux et en quatre)* ». Dans ce contexte, il s'agit de donner du sens à la **fraction en tant qu'opérateur** (opération de fractionnement et grandeur fractionnée : $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$ de l'unité).

3.2 « *JE COUPE PUIS JE PRENDS* » : UNE VISION FIGÉE ET RÉDUCTRICE DE LA FRACTION

Au terme de l'enseignement primaire, il n'est pas rare que les élèves développent une vision figée du concept de fraction (Demonty *et al.*, 2022). La fraction est, à leurs yeux, uniquement perçue comme une procédure de découpage d'une unité en parties : après avoir partagé une unité en parts équivalentes, on prend un certain nombre de parts. Le numérateur de la fraction correspond alors au nombre de parts prélevées et le dénominateur renseigne sur le partage du tout en parties équivalentes. Ainsi, la fraction $\frac{3}{4}$, par exemple, est interprétée comme « ***Je coupe** l'unité en 4 parts équivalentes **puis je prends** 3 parts* ». Cette interprétation s'inscrit donc dans une logique « *Je coupe puis je prends* ».

De nombreux auteurs (Demonty *et al.*, 2022 ; Siegler *et al.*, 2010) démontrent que cette **vision réductrice de la fraction** présente des limites. En effet, elle ne met l'accent que sur l'action de fractionnement et non sur le résultat de celui-ci. Cette logique « *Je coupe puis je prends* » ne permet pas :

- de donner du sens aux fractions qui dépassent l'unité : les élèves peuvent difficilement se représenter la fraction $\frac{5}{4}$ (comment peut-on prendre 5 morceaux si on découpe l'unité en 4 ?) ;
- de considérer que $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ puisque les opérations de fractionnement sont différentes ;
- d'imaginer qu'il existe plusieurs fractions situées entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$: une fois l'unité partagée en 4, il n'est possible que de prendre 2 morceaux pour obtenir un morceau qui soit à la fois plus grand que $\frac{1}{4}$ et plus petit que $\frac{3}{4}$. Or, avec une vision plus large de la fraction, on pourrait, par exemple, couper l'unité en 8 et prendre 5 morceaux : on obtiendrait ainsi une autre quantité qui est, elle aussi, à la fois plus grande qu' $\frac{1}{4}$ et plus petite que $\frac{3}{4}$).

De plus, cette vision de la fraction entraine fréquemment des erreurs face à des situations comme celle exposée ci-contre.

La notion d'équivalence des parties (pourtant fondamentale) n'étant pas toujours maitrisée par les élèves, la majorité d'entre eux éprouveront des difficultés à comprendre que la partie coloriée représente ici $\frac{1}{4}$ et pas $\frac{1}{3}$.

Pour pallier ces difficultés, il est non seulement nécessaire d'aborder le concept de fraction dans **une variété de situations**, mais aussi d'encourager le **développement d'autres visions de la fraction**.

3.3 PISTES D'ACTION

3.3.1 ABORDER LES FRACTIONS DANS DES SITUATIONS VARIÉES

De manière générale, afin d'éviter d'entretenir une vision trop « stéréotypée » du concept de fraction, il convient de confronter les élèves à une variété de situations (voir *Pistes didactiques P2 EENC, 2008*). Plus précisément, la fraction-opérateur se doit d'être abordée dans des **contextes variés :**

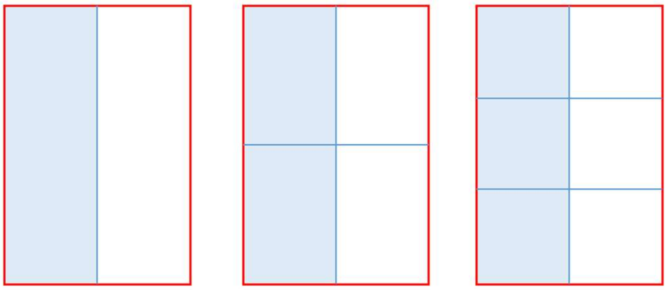
- contextes de vie réelle ;
- activités décontextualisées ;
- jeux mathématiques.

Il convient également de prêter une attention particulière à la **diversité du matériel** proposé **:**

- matériel authentique (ex. objets de la vie courante) ;
- matériel représenté (ex. représentations de matériel authentique ou représentations plus abstraites).

Enfin, il convient de **diversifier les situations de fractionnement**. Ceci peut être réalisé simplement en faisant varier :

- la **nature** des objets ou des grandeurs à fractionner (ex. 10 billes, 1 pizza, 1 litre d'eau, 1 mètre) ;
- la **taille** de l'objet ou de la grandeur à fractionner (ex. la moitié d'une petite pizza *versus* la moitié d'une grande pizza) ;
- la **façon de fractionner** (ex. une même surface peut être partagée de différentes manières, il convient de ne pas systématiquement opter pour un découpage trop « prototypique ») ;
- le **nombre de parts** (ex. la fraction « un demi » peut être représentée en découpant l'unité en 2 parts, mais aussi en 4, 6 parts ou plus encore. Dans l'exemple ci-dessous, la partie colorée représente $\frac{1}{2}$ car dans tous les cas, il faut la prendre deux fois pour reconstituer l'unité).



3.3.2 ENCOURAGER D'AUTRES VISIONS DE LA FRACTION

De plus, les chercheurs en didactique des mathématiques (Demonty et al., 2022 ; Emspon & Levi, 2011) encouragent les enseignants à sortir de la représentation stéréotypée associée à la logique « *Je coupe, je prend*s » pour développer d'**autres visions du concept de fraction**.

A. VERS UNE LOGIQUE « JE PRENDS PUIS JE COUPE » (APPROCHE INTUITIVE DE LA FRACTION)

Au lieu d'être vue comme une série d'actions successives « *je coupe l'unité puis je prends x morceaux* », la fraction peut être rencontrée dans des problèmes de partages équitables où elle sera directement présentée comme le résultat de ce partage. Ainsi, la fraction $\frac{3}{4}$ peut, par exemple, être la solution du problème impliquant « 3 beignets à répartir équitablement entre 4 personnes ».

Cette vision de la fraction, qui s'inscrit en quelque sorte dans une logique « *je prends puis je coupe* », permet alors de donner sens à des fractions plus grandes que l'unité. Il est, en effet, désormais tout à fait acceptable et compréhensible de répartir équitablement 5 beignets entre 4 enfants (**je prends** d'abord 1 beignet que je donne à chaque enfant et **puis je coupe** le dernier beignet en 4 parties égales). Chacun recevra alors 1 beignet et $\frac{1}{4}$ de beignet ou alors $\frac{5}{4}$ des beignets.

Dès l'école maternelle, il peut être intéressant de proposer aux élèves des problèmes de partages équitables qui permettent cette approche plus intuitive du concept de fraction qui s'appuie davantage sur leurs démarches spontanées (Siegler et al., 2010).

B. LA FRACTION VUE COMME UNE QUANTITÉ REPRODUITE PLUSIEURS FOIS POUR RECONSTITUER L'UNITÉ

Pour déterminer le « nom » d'une partie fractionnée, il est également possible de partir directement du résultat du partage (ex. $\frac{1}{4}$), plutôt que de l'opération de fractionnement (« *je coupe d'abord en 4 puis je prends 1 morceau* »).

Dans cette logique, la fraction « s'appelle » $\frac{1}{4}$ parce qu'elle peut être reportée exactement 4 fois dans l'unité. Formellement, il s'agit de « recomposer l'unité en reportant n fois le n^{e}, c'est-à-dire le morceau qui, multiplié par n, donne l'unité » (de Terwangne *et al*., 2007, p. 199).

C'est avant tout la « taille » de la « partie » par rapport au « tout » qui détermine son nom et non pas le nombre de « parties » par lesquelles le « tout » est divisé (Empson & Levi, 2011).

Ainsi, la partie colorée dans la figure F_1 ci-dessous représente bien $\frac{1}{4}$ puisqu'on peut la reporter exactement 4 fois dans l'unité, et ceci même si la figure est découpée en trois morceaux.

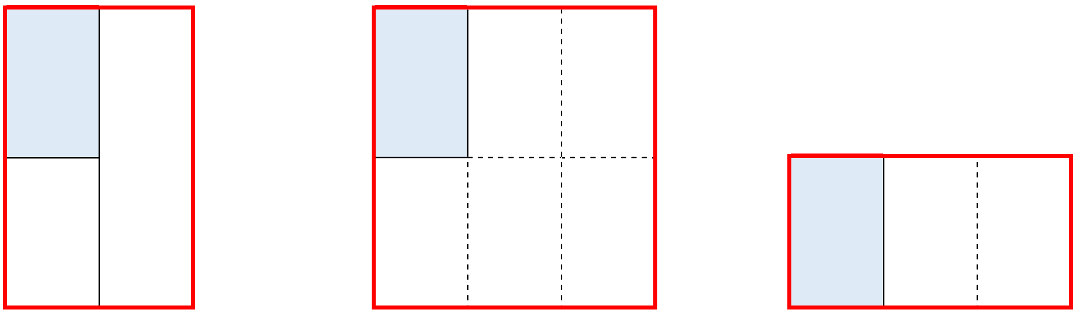
Cette vision de la fraction permet aussi de comprendre que, lorsque l'unité est identique, des quarts constituent des parts plus petites que des tiers, alors que le nombre 4 est plus grand que le nombre 3. Le quart doit, en effet, être reporté quatre fois pour retrouver l'unité, alors que le tiers ne doit être reporté que trois fois.

Même si le raisonnement est un peu plus complexe, cette vision permet aussi de se représenter des fractions dont le numérateur est plus grand que 1 (ex. la fraction $\frac{3}{4}$ peut être vue comme « *trois parts dont chacune entre quatre fois dans l'unité* ») et, dans la même logique, des fractions plus grandes que l'unité (la fraction $\frac{5}{4}$ est interprétée comme « *5 parts dont chacune entre quatre fois dans l'unité* »).

Enfin, cette vision de la fraction permet également de souligner l'importance conjointe de :

- **l'égalité des parts** : pour reformer l'unité en étant reporté 4 fois, le $\frac{1}{4}$ représenté dans la figure F_1 doit être le résultat d'un partage en parts égales sinon reporter 4 fois la part la plus grande par exemple conduira à dépasser l'unité ;

- **l'unité de référence** : la pièce colorée dans la figure F_1 ci-dessous est bien égale au quart de cette figure puisqu'elle peut y être reportée 4 fois mais cette même pièce colorée ne représente évidemment pas $\frac{1}{4}$ des deux autres figures ci-dessous (où elle représente respectivement $\frac{1}{6}$ de F_2 et $\frac{1}{3}$ de F_3).



F_1 F_2 F_3

4. PRÉSENTATION GÉNÉRALE DE PISTES DIDACTIQUES

Conscients que les élèves de l'enseignement primaire ont parfois tendance à développer une vision figée et réductrice du concept de fraction, les membres du groupe de travail ont volontairement décidé de s'appuyer sur les éléments théoriques présentés ci-avant pour concevoir les questions de la partie consacrée aux grandeurs (et particulièrement à l'évaluation de la compétence « *Fractionner des objets en vue de les comparer* »).

Cette partie de l'évaluation comprenait, en effet, de nombreux exercices moins « traditionnels » qui ont pu déstabiliser les élèves, tout comme les enseignants. Il s'agit, sans conteste, de la partie la moins bien réussie de l'épreuve de mathématiques. De plus, les questions 28 et 29 ont été jugées « trop difficiles » par plus de la moitié des enseignants (60% pour la Q28 et 55% pour la Q29).

Les membres du groupe de travail ont ainsi décidé de repartir de trois questions présentes dans l'épreuve qui sont particulièrement moins bien réussies afin d'analyser les difficultés rencontrées effectivement par les élèves, puis de développer des pistes d'actions concrètes pour y remédier en classe.

C'est sur ce principe que s'articule le présent document. Les résultats moyens par item sont présentés de manière exhaustive dans les rapports détaillés disponibles sur le site www.enseignement.be/evaluationsexternes. Ils ne seront donc pas systématiquement repris dans ce document. En revanche, une analyse approfondie des difficultés rencontrées aux questions 28, 29 et 31 sera présentée. À la suite de chaque analyse, la trame d'une activité permettant de pallier les difficultés pointées est proposée.

De manière générale, **l'activité 1** intitulée **« Des kiwis à la cantine »** est fondée sur une adaptation des recommandations développées par le guide pratique de l'IES (Siegler *et al*., 2010) et est présentée à la suite de l'analyse des réponses à la question 29. Cette activité propose des problèmes de partage en parts équivalentes pour introduire progressivement et de façon intuitive le concept de fraction (en adoptant la logique « *je prends, puis je coupe* »). Cette activité propose non seulement d'aborder la fraction qui dépasse l'unité, mais permet également de comparer des grandeurs fractionnées.

L'activité 2 intitulée « **Quelle fraction ?** » s'inspire de situations proposées par Emspon et Levi (2011) ainsi que de l'activité « Puzzle de fractions » développée par de Terwangne et al. (2007). Elle est présentée à la suite de l'analyse de la question 28. Cette activité présente plusieurs richesses :

- elle confronte les élèves à diverses façons de fractionner une même surface ;
- elle invite les élèves à déterminer le « nom » d'une partie en se focalisant davantage sur sa « taille » par rapport au « tout » que sur le nombre de parties dans lesquelles le tout est divisé ;
- elle engage des réflexions sur des pièces qui ont le même nom, mais pas la forme.

De manière générale, cette activité a été conçue de manière à éviter d'entretenir uniquement la démarche classique qui consiste à découper l'unité en n morceaux, mais de proposer aussi la démarche inverse : « recomposer l'unité en reportant n fois le n^e, c'est-à-dire le morceau qui, multiplié par n, donne l'unité » (de Terwangne et al., 2007, p. 199). Elle propose aussi un prolongement sous la forme d'un « dépassement » qui invite les élèves à comparer des pièces issues de puzzles de tailles différentes en vue d'aborder le concept de « relativité du tout » (Bednarz & Proulx, 2014) qui est au cœur de la troisième activité.

En effet, **l'activité 3,** intitulée « **La partie de billes** », est fondée sur une adaptation du problème de « John et Marie » de Bednarz et Proulx (2014). Cette activité est proposée à la suite de l'analyse de la question 31 qui proposait aux élèves de réfléchir sur l'importance du tout et de sa relativité. Cette activité insiste donc particulièrement sur le rôle joué par le référent : la fraction est une fraction « de quelque chose ». Dans ce sens, un « demi » ne vaut pas toujours un « demi », tout dépend de l'unité de référence (relativité du tout).

En guise de complément aux trois activités proposées, les membres du groupe de travail proposent également **un jeu de dominos** présentant volontairement des situations diversifiées de fractionnement.

5. PISTE DIDACTIQUE N°1 : ENCOURAGER LE RECOURS AUX PROBLÈMES DE PARTAGE ÉQUITABLE POUR APPROCHER INTUITIVEMENT LES FRACTIONS

5.1 CONSTATS ISSUS DE L'ÉPREUVE : RÉSULTATS À LA QUESTION 29

La question 29 propose aux élèves une situation problème : elle leur demande de partager cinq beignets entre quatre enfants, mais le nombre de beignets à partager est plus grand que le nombre d'enfants qui bénéficient de ce partage. Dans le cadre de l'évaluation, seulement un élève sur deux (48%) parvient à la résoudre correctement. Les élèves qui réussissent cet item donnent fréquemment un beignet à chaque enfant et partagent le beignet restant en quatre, avant de le distribuer à chaque enfant. Plus rarement, ils partagent tous les beignets en quatre parts égales et en distribuent cinq à chaque enfant.

La solution « $\frac{5}{4}$ » n'est pas à écrire telle quelle. Cependant, il s'agit d'une fraction plus grande que l'unité et cela a certainement pu perturber les élèves. En effet, parmi ceux qui essayent de résoudre la situation sans y parvenir, on constate que cette situation qui ne « tombe pas juste » les dérange. Certains ont, par exemple, tendance à dessiner un enfant supplémentaire. D'autres ne respectent pas la consigne donnée : ne sachant que faire du 5^{e} beignet, ils choisissent d'effectuer un partage inégal (ex. les beignets sont coupés en parts non-équivalentes ou le dernier beignet est simplement partagé entre deux enfants) ou de laisser un reste.

Cette situation peut être facilement utilisée au sein d'une activité pour introduire progressivement et de façon intuitive le concept de fraction (en adoptant la logique « *je prends puis je coupe* »). C'est le cas de l'activité 1 présentée ci-dessous. Les beignets sont remplacés par des kiwis, mais la logique reste la même. Dans cette activité, une grande place est accordée aux représentations des élèves. En les confrontant, il est possible d'identifier les partages équitables de ceux qui ne le sont pas, mais aussi de repérer les démarches différentes, mais correctes. Ce n'est que dans un second temps que le nom des parties reçues par chacun et donc le nom des fractions (et les symbolisations conventionnelles) doit être travaillé avec l'enseignant. La diversité dans les démarches correctes permettra notamment de travailler sur l'équivalence des fractions. Pour reprendre l'exemple de la question 29, chaque enfant reçoit « 5/4 des beignets » ou « 1 beignet et 1/4 de beignet ».

Dans l'activité ci-après, le concept de fraction s'enrichit également en proposant aux élèves d'augmenter progressivement le nombre de personnes entre lesquelles les kiwis sont partagés. L'enseignant peut alors faire remarquer aux élèves que, face à une même quantité de kiwis, l'augmentation du nombre par lequel on partage entraine une réduction de la taille de la part reçue par chacun. Pourtant lorsqu'on nomme la part reçue à l'aide d'une fraction, le chiffre du dénominateur est de plus en plus grand.

5.2 ACTIVITÉ 1 : « DES KIWIS À LA CANTINE ! »

5.2.1 SAVOIRS/SAVOIR-FAIRE VISÉS

- La notion de fraction partage en lien avec des grandeurs d'objets (réels, représentés).
- Exploiter des fractions partages.
- Comparer des grandeurs fractionnées pour établir des équivalences, pour établir un ordre.

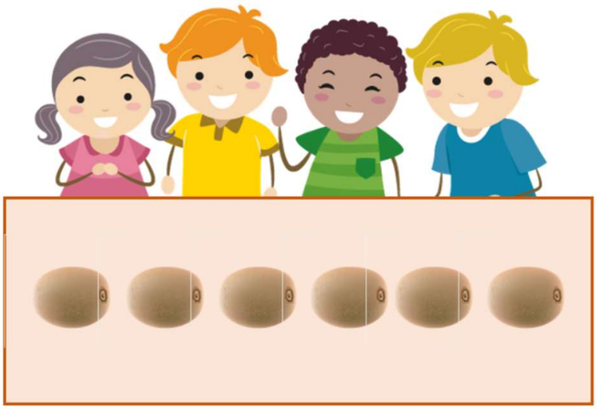
5.2.2 COMPÉTENCE VISÉE

Résoudre des problèmes comportant des grandeurs fractionnées.

5.2.3 DÉROULEMENT

A. SITUATION INITIALE

L'enseignant expose aux élèves une situation problème : « À la cantine, Madame Sylvie distribue aux enfants des kiwis pour le dessert. Elle dispose 6 kiwis sur une table où sont assis 4 enfants. Tous doivent recevoir la même chose et il ne doit rien rester. Que va recevoir chaque enfant ? ». La situation est illustrée, lue collectivement et distribuée aux élèves.



Pour les élèves en difficulté : il est possible d'adapter la situation de départ et de proposer, dans un premier temps, une situation où l'élève ne doit pas fractionner les objets (nombre d'objets entiers pour chaque enfant). Il est aussi possible de proposer du matériel concret pour commencer les partages avant d'en venir à la représentation sur papier.

B. ÉTAPES

a) Répartition des kiwis

Les élèves disposent d'une zone de travail pour dessiner la répartition des kiwis. Ils travaillent individuellement. Deux bonnes stratégies peuvent émerger :

- Les enfants donnent un kiwi à chacun puis coupent les deux kiwis restants en deux. Chaque enfant reçoit donc 1 kiwi et $\frac{1}{2}$ kiwi.
- Tous les kiwis sont coupés en deux et chaque enfant reçoit trois fois un demi kiwi : $\frac{3}{2}$ kiwi.

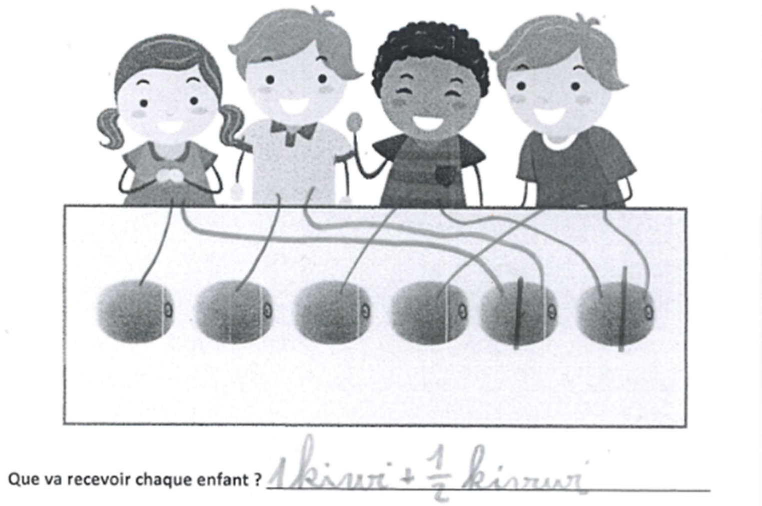
Remarque pour l'enseignant : il convient de se montrer tolérant dans la précision du partage des kiwis. L'important est que l'enfant comprenne que les parts doivent être égales.
Des erreurs peuvent aussi apparaitre :

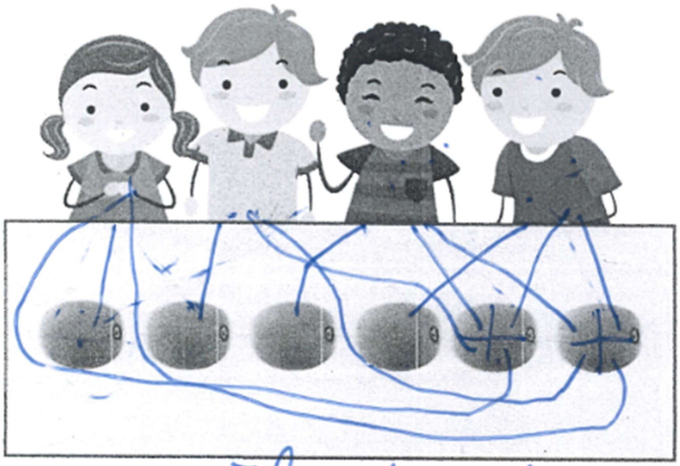
- Les enfants ne coupent pas les deux kiwis restants et le partage est inéquitable : deux enfants ont deux kiwis, les deux autres n'en ont qu'un…
- Les enfants rajoutent des kiwis ou rajoutent des enfants pour que cela « tombe juste ».
- …

b) Mise en commun

Les élèves sont invités à confronter leur démarche et leur réponse avec celle du voisin. L'enseignant en profite pour observer les élèves et repérer différentes démarches, mais aussi différentes façons de présenter la solution finale.

Il invite ensuite différents élèves à venir exposer leur solution au TN. Il n'invite pas seulement les élèves qui ont des démarches correctes. Ce moment de confrontation est aussi l'occasion de montrer et d'expliciter pourquoi certaines démarches ne fonctionnent pas (ex. partage inéquitable).





Que va recevoir chaque enfant ? Il ont un chacun $\frac{1}{4}$

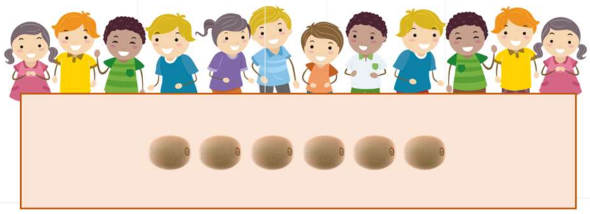
c) Formalisation de la solution

Si les élèves n’ont pas exprimé leur solution par une grandeur fractionnée, l’enseignant les invite à le faire. La deuxième réponse d’élève ci-dessus est intéressante à exploiter dans la mesure où l’illustration du fractionnement est correcte, mais la formulation de la réponse est imprécise : il manque la grandeur qui a été fractionnée ($\frac{1}{4}$ de kiwi ou $\frac{1}{4}$ de l’ensemble des kiwis ?).

De manière générale, il est intéressant de travailler avec des grandeurs fractionnées qui dépassent l’unité. Cette situation est une bonne occasion de le faire : l’enseignant peut discuter de l’équivalence entre $\frac{3}{2}$ et $1\,\frac{1}{2}$.

d) Augmentation du nombre d’élèves autour de la table

L’enseignant repart de la situation initiale, mais augmente le nombre d’élèves par lequel il convient de partager les 6 kiwis (8 ou 12 élèves). Il propose ainsi aux élèves de travailler autour d’un partage de 6 kiwis entre 8, puis entre 12 élèves. Les élèves réalisent l’exercice individuellement.



e) Mise en commun

L'enseignant procède à la mise en commun des démarches pour chacune des situations. Il formalise les solutions et établit des liens entre chaque situation : la situation initiale et celles où le nombre d'élèves autour de la table est plus important. Le but de ce travail est de montrer qu'en augmentant progressivement le nombre par lequel on partage, les parts de chacun deviennent plus petites.

f) Dépassement – Prolongement

Exercices possibles :

- Hakim veut partager 3 kiwis et 2 pommes entre 4 enfants. Chaque enfant doit recevoir la même quantité que les autres et il ne peut rien rester. Que reçoit chaque enfant ?

- Si 4 enfants se partagent 10 kiwis, combien de kiwis faut-il sur une table de 2 enfants pour qu'ils aient tous la même chose ?

- Si on a 18 kiwis pour 24 enfants, combien de kiwis faut-il mettre sur une table de 4 enfants pour qu'ils aient tous la même chose ?

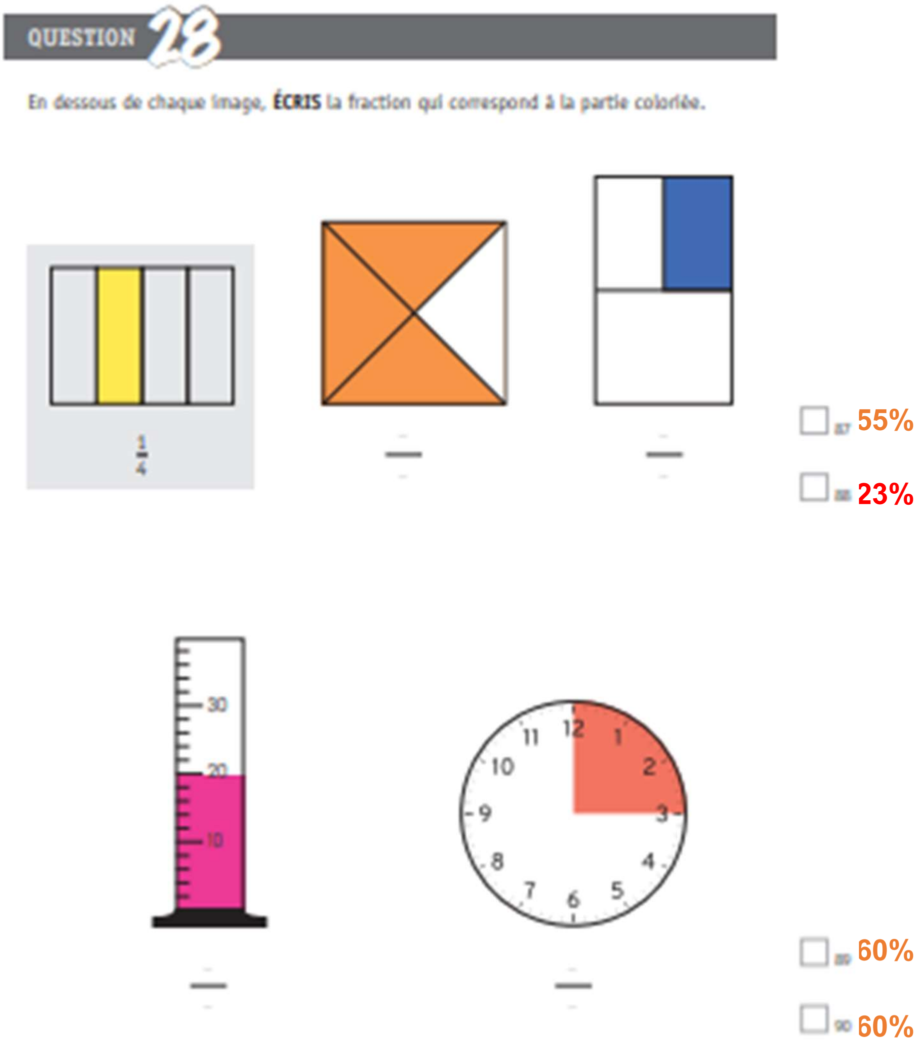
- Juliette a partagé le gouter. Elle est sûre d'avoir réparti les deux pommes et les deux beignets équitablement (cf. illustration de la dernière page de l'**annexe 3**).
  A-t-elle raison ? Nomme les parts reçues par chacun.

Matériel disponible

- Kiwis - Situation initiale (**ANNEXE 1**)
- Kiwis - Augmentation du nombre d'élèves (**ANNEXE 2**)
- Kiwis - Dépassement (**ANNEXE 3**)

6. PISTE DIDACTIQUE N°2 : DÉPASSER LA VISION FIGÉE DE LA FRACTION

6.1 CONSTATS ISSUS DE L'ÉPREUVE : RÉSULTATS À LA QUESTION 28



Dans cette question, l'élève devait être capable de reconnaitre la fraction représentée dans des situations diverses. Le groupe de travail avait volontairement introduit des représentations variées.

La première représentation (item 87) proposait un découpage d'un carré en parts triangulaires. Cette représentation n'est peut-être pas familière à certains élèves. De plus, trois parts étaient coloriées et non pas une seule, comme les élèves pourraient avoir eu l'habitude de le voir (55 % de réussite).

La deuxième représentation (item 88) proposait une situation encore moins conventionnelle. Elle est particulièrement mal réussie (23 % de réussite). La grande majorité des élèves confrontés à cette représentation répond que la partie coloriée correspond à la fraction $\frac{1}{3}$: ils distinguent trois parties dans la figure, mais ignorent le fait que ces trois parties ne sont pas équivalentes. L'égalité des parts n'est donc pas reconnue comme étant une caractéristique fondamentale des fractions. Les élèves se contentent de compter le nombre de parts qu'ils observent sur la figure. En effet, lorsque les fractions sont abordées avec les élèves, la question « En combien de parts a-t-on découpé la figure ? » est classique, mais peut, à force, amener une vision fragile du concept de fraction. En effet, ce qui détermine le « nom » d'une partie, c'est avant tout sa taille par rapport au tout et non pas le nombre de parties dans lesquelles le tout est divisé (Empson & Levi, 2011). Pour déterminer le « nom » d'une partie d'un tout, il est donc important de **questionner les élèves sur la taille de cette partie par rapport au tout, plutôt que d'insister sur le nombre de parts visibles**. Dans le cas présenté à l'item 88, la partie coloriée en bleu représente bien $\frac{1}{4}$ car si on la reporte 4 fois, on retrouve l'unité.

Les items 89 et 90 proposent des représentations avec des objets de la vie courante. S'ils sont mieux réussis que les autres, ils posent tout de même des difficultés à 40% des élèves.

En résumé, la question 28 révèle que certains élèves rencontrent des difficultés lorsqu'ils doivent appréhender des ***représentations moins familières des fractions***. Elle pointe également que ***l'égalité des parts*** n'est pas suffisamment ancrée chez les élèves. Pour éviter d'entretenir une vision figée de la fraction, il convient de ne pas uniquement proposer la démarche classique qui consiste à découper l'unité en *n* morceaux, mais de proposer aussi la **démarche inverse** : « recomposer l'unité en reportant n fois le n^e, c'est-à-dire le morceau qui, multiplié par n, donne l'unité » (de Terwangne *et al.*, 2007, p. 199). C'est ce qui sera notamment proposé au travers de l'activité 2.

6.2 ACTIVITÉ 2 : « QUELLE FRACTION ? »

6.2.1 SAVOIRS/SAVOIR-FAIRE VISÉS

- La notion de fraction partage en lien avec des grandeurs d'objets (réels, représentés).
- Exploiter des fractions partages.

6.2.2 COMPÉTENCE VISÉE

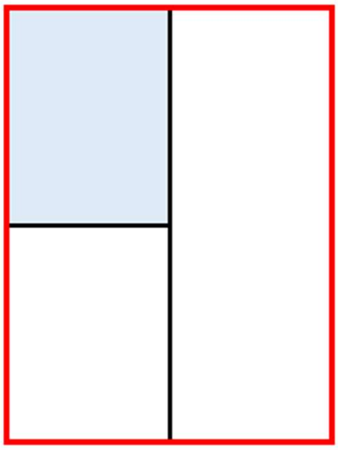
Résoudre des problèmes comportant des grandeurs fractionnées.

6.2.3 DÉROULEMENT

A. SITUATION INITIALE

L'enseignant affiche une figure au tableau. Il invite les élèves à nommer la partie bleue (sous forme de fraction) : « Pourriez-vous nommer la pièce bleue avec un nom de fraction, un nom de « morceau » ? » ; « Quels noms de morceaux avez-vous déjà entendus ? ».

Il propose aux élèves d'écrire individuellement leur réponse sans la partager avec les autres élèves de la classe. « Je vais vous demander d'écrire le nom de la partie bleue dans votre cahier de travail sans montrer votre réponse aux autres. Je vais passer entre les bancs et regarder ce que vous avez écrit ». Il déambule dans la classe et prend note des diverses réponses des élèves.

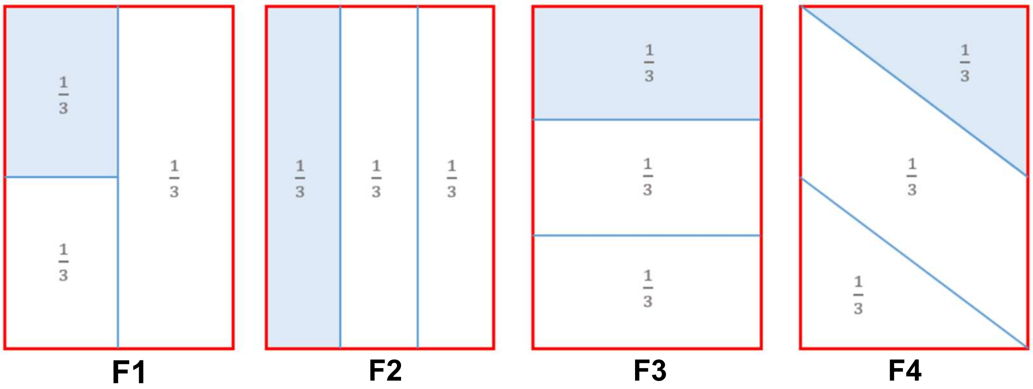


B. ÉTAPES

a) Collecte des réponses : tous des « tiers » ?

L'enseignant a pris connaissance des réponses des élèves. On peut supposer que, comme lors de l'épreuve externe non certificative, les élèves seront nombreux à fournir la réponse incorrecte $\frac{1}{3}$.

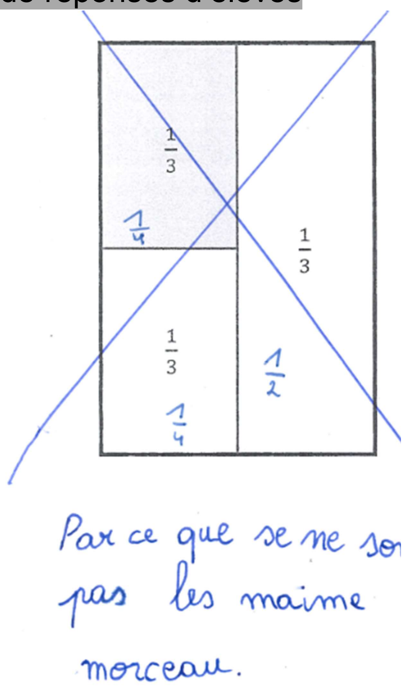
L'enseignant distribue une feuille sur laquelle 4 figures sont dessinées et numérotées de F1 à F4. Pour chaque figure, un découpage en 3 parts (équivalentes ou non) a été effectué. La première figure reprend le découpage de la situation initiale. L'enseignant explique qu'un élève a représenté des tiers de façons différentes au sein d'une même figure. Il demande aux enfants si cet élève a travaillé correctement (ou non).

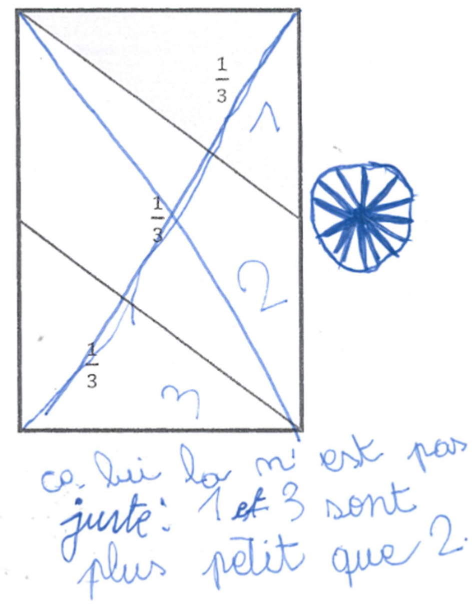


« J'ai constaté que vous n'étiez pas tous d'accord. Parmi les réponses, j'ai retrouvé majoritairement la solution $\frac{1}{3}$. Noah aussi a donné cette réponse et il a dessiné dans la même figure, différentes façons de représenter $\frac{1}{3}$. Je vais vous demander de regarder ce qu'il a fait et de me dire s'il avait raison de nommer chacune des parts « $\frac{1}{3}$ » dans ces 4 figures ».

L'enseignant laisse les élèves réfléchir. Ils peuvent dessiner sur les parts. Si besoin, l'enseignant prévoit des exemplaires supplémentaires de ces représentations pour qu'ils puissent les découper et donc les manipuler, les superposer, les plier…

Exemples de réponses d'élèves



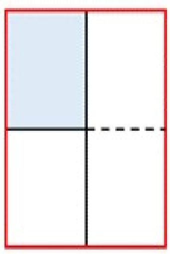


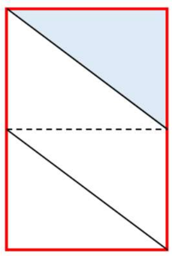
Pour les élèves éprouvant des difficultés à comprendre qu'il s'agit de quart (et non de tiers) dans les figures F1 et F4, l'enseignant peut utiliser une analogie : *« Imagine que cette figure est une tablette de chocolat. Je prends cette partie* ($\frac{2}{4}$) *et je te donne la partie bleue* ($\frac{1}{4}$)*, es-tu d'accord ? Est-ce que Noah pouvait donner le même nom à chaque morceau ? »*

b) Mise en commun

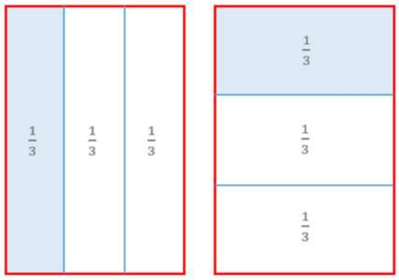
L'enseignant organise une correction collective qui aboutit au constat que Noah s'est trompé. Dans les figures F1 et F4, on a bien trois morceaux sans pour autant avoir des tiers. Les parts ne sont, en effet, pas équivalentes. Lors de cette mise en commun, l'enseignant insiste sur le fait qu'**il ne suffit pas de compter le nombre de parts dans le tout pour trouver le nom d'un morceau. Le nom d'un morceau correspond au nombre de fois que l'on peut reporter ce morceau dans l'unité.**

Ainsi, dans les figures F1 et F4, la pièce bleue s'appelle $\frac{1}{4}$ car si on la reporte 4 fois, on retrouve l'unité.





Dans les figures F2 et F3, la pièce bleue s'appelle $\frac{1}{3}$ car il est possible de la reporter 3 fois dans l'unité.



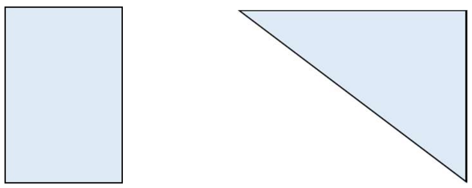
Il est important d'induire le bon regard chez l'élève en l'invitant à reporter la pièce bleue dans la figure. L'enseignant distribue donc à chacun le morceau bleu de chaque figure (voir matériel figures bleues) et invite l'élève à le reporter dans le « tout » 4 fois (F1 et F4) ou 3 fois (F2 et F3). Cet exercice permet aux élèves d'intégrer qu'il s'agit bien de reporter « x » fois <u>la même pièce</u> pour retrouver l'unité.

L'enseignant peut également profiter de cette situation pour faire réfléchir les élèves sur le nom des fractions identifiées et le sens du dénominateur. Il peut ainsi demander aux élèves d'identifier le morceau le plus « grand » entre le tiers et le quart d'une même figure. Il convient de leur faire remarquer que même si « 4 » est plus grand que « 3 », le quart de la figure rouge est un morceau plus petit que le tiers de cette même figure rouge.

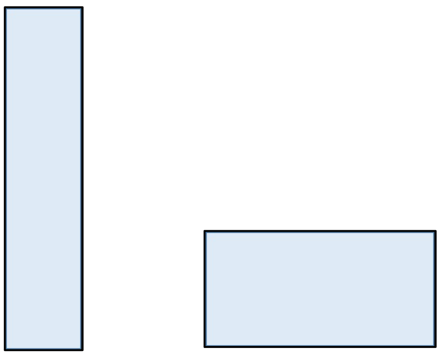
c) Le même nom, mais pas la même forme

L'enseignant a ainsi permis aux élèves d'identifier que la pièce bleue s'appelle :

- $\frac{1}{4}$ dans les figures 1 et 4 ;



- $\frac{1}{3}$ dans les figures 2 et 3.



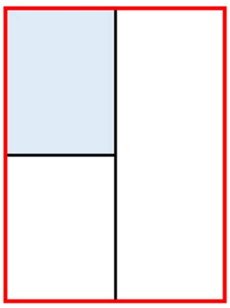
Il interroge ensuite les élèves sur la forme des deux quarts et des deux tiers identifiés : *« Est-ce normal qu'ils portent le même nom alors qu'ils n'ont pas la même forme ? ».*

À nouveau, l'enseignant peut proposer des analogies : « Si c'était une tablette de chocolat et que je mange ce morceau et toi le deuxième, mange-t-on la même chose ? ».

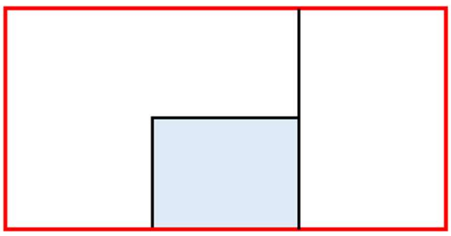
Dans cette démarche, l'enseignant encourage à nouveau les enfants à reporter dans l'unité, mais aussi à tracer/ dessiner/découper/plier/superposer… pour montrer l'équivalence des parts.

d) Dépassement

Dans les classes plus avancées, l'enseignant peut proposer ces deux autres figures (F5 et F6) en parallèle de la première déjà travaillée.



F1



F5

F6

Il confronte ainsi les élèves à trois situations où la pièce bleue est identique. Cependant, en fonction de la figure (du « tout ») dans laquelle elle s'inscrit, le nom que va porter la pièce est différent.

Dans F5, la pièce s'appelle $\frac{1}{6}$, dans F6, elle s'appelle $\frac{1}{3}$. À nouveau, il convient de montrer aux élèves que la pièce bleue se reporte 6 fois dans F5 et 3 fois dans F6 pour retrouver l'unité. Il est également intéressant de faire remarquer aux élèves que la même pièce, selon les contextes (l'unité), peut prendre des noms différents. Le rectangle bleu a, en effet, les mêmes dimensions dans chaque situation, mais ne porte pas toujours le même nom. Ce constat met en évidence l'importance du tout et de sa relativité. Ce concept sera également travaillé dans l'activité « la partie de billes ».

e) Exercices de prolongement : quelles fractions ?

L'enseignant distribue une feuille d'exercices aux élèves. Les deux exercices invitent les élèves à réfléchir au nom du « morceau » colorié dans l'unité. Le premier exercice reprend essentiellement des situations de partage qui invitent l'élève à donner une réponse sous forme de fraction. Pour réussir, l'élève doit s'appuyer sur la taille de la partie coloriée plutôt que sur le nombre de parts visibles. Le second exercice, quant à lui, demande à l'élève de repérer toutes les situations où une fraction précise est représentée. Cet exercice inclut des situations où il est parfois impossible de nommer à l'aide d'une fraction la partie coloriée.

Matériel disponible

- Pièces bleues pour les étapes a), b), c) **(ANNEXE 4)**
- Partages Noah pour les étapes a), b), c) **(ANNEXE 5)**
- Matériel dépassement **(ANNEXE 6)**
- Exercices de prolongement **(ANNEXE 7)**

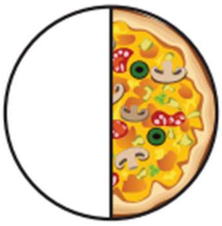
7. PISTE DIDACTIQUE N°3 : L'IMPORTANCE DE LA RELATIVITÉ DU TOUT

7.1 CONSTATS ISSUS DE L'ÉPREUVE : RÉSULTATS À LA QUESTION 31

QUESTION 31

Au restaurant, Juliette commande une pizza « adulte » et Camille commande une pizza « enfant ».

Juliette mange $\frac{1}{2}$ pizza. Camille mange $\frac{2}{4}$ de pizza.



$\frac{1}{2}$ d'une pizza « adulte » mangée par **Juliette**

$\frac{2}{4}$ d'une pizza « enfant » mangée par **Camille**

COCHE la bonne réponse. ☐ 93 **54%**

Qui a mangé le plus ?

- ☐ Juliette a mangé plus de pizza que Camille car sa pizza était plus grande.
- ☐ Camille a mangé plus de pizza que Juliette car elle a mangé deux parts.
- ☐ Juliette a mangé autant que Camille car elles ont mangé une moitié de pizza.

La question 31 présentant des parts de pizza requiert de comparer des grandeurs fractionnées (c'est-à-dire de comparer les résultats d'opérations de fractionnement). La difficulté réside ici dans le fait que les deux unités de départ sont différentes. Même si chaque enfant a mangé une demi-pizza, ils n'ont donc pas mangé la même quantité de nourriture. En effet, lorsque l'on travaille sur les fractions-opérateurs, on prend une fraction d'une (ou de plusieurs) unité(s) : il s'agit d'un demi de quelque chose et si les deux objets sont de tailles différentes, un demi de A ne sera pas égal à un demi de B. Cette réflexion sur la variation de la taille de l'unité a posé des difficultés aux élèves puisque la question n'est réussie que par 54% d'entre eux.

L'activité ci-après propose de travailler sur ce concept de la « **relativité du tout** ».

7.2 ACTIVITÉ 3 : « LA PARTIE DE BILLES »

7.2.1 SAVOIRS/SAVOIR-FAIRE VISÉS

- Exploiter des fractions partages.
- Comparer des grandeurs fractionnées pour établir des équivalences, pour établir un ordre.
- De la comparaison de collections puis de nombres à la relation d'ordre.

7.2.2 DÉROULEMENT

A. SITUATION INITIALE

L'enseignant expose oralement une situation problème à l'ensemble de la classe : « Simon et Martin jouent aux billes. À la fin de la récréation, chacun compte ses billes. Ils ont tous les deux perdu la moitié de leurs billes. Qui a perdu le moins de billes ? ». Il ne montre aucune représentation.

B. ÉTAPES

a) Recueil des avis au tableau

L'enseignant expose la situation. Il invite les enfants à réfléchir individuellement à la situation. Les enfants peuvent écrire leur raisonnement sur une feuille de brouillon. L'enseignant observe les démarches sans intervenir. Il organise ensuite une mise en commun et retranscrit au tableau les différents avis : « Selon vous, dans cette situation, qui a le mieux joué ? Qui a perdu le moins de billes ? »

Solutions probables avancées par les élèves :

- « Simon et Martin ont tous les deux bien joué : ils n'ont perdu que la moitié de leurs billes ».
- « On ne peut pas le dire… »
- « Simon car il lui reste plus de billes que Martin ».
- « Martin, car il a perdu moins de billes que Simon ».

b) Exercice en duo

L'enseignant laisse les réponses en suspens. Il invite les élèves à travailler en duo et leur demande de vérifier leurs propos par manipulation. Il distribue à chaque élève une enveloppe contenant les billes de Simon ou celles de Martin (prévoir un matériel permettant les manipulations nécessaires). Chaque élève prélève ainsi $\frac{1}{2}$ du nombre de billes reçues, puis compare avec son voisin.

Volontairement, le contenu des enveloppes n'est pas identique d'un duo à l'autre : dans certaines situations, le nombre de billes est identique (ex. 12 billes chacun), mais pas dans d'autres : Martin a un plus grand nombre de billes que Simon (28 billes et 12 billes) ou inversement.

c) Correction collective

L’enseignant repose la question de départ à la classe : « Qui a perdu le moins de billes ? Simon ou Martin ? ». S’ils ont correctement réalisé l’exercice, les élèves avancent les réponses possibles :

- *Martin puisqu’il a moins de billes au départ ;*
- *Simon parce qu’il a plus de billes au départ ;*
- *S’ils ont tous les deux perdu la moitié, c’est la même chose : $\frac{1}{2}$ c’est la moitié.*

Face aux réponses contradictoires, l’enseignant vérifie quelques situations au tableau. Il invite ensuite les élèves à réfléchir et à identifier ce qui change dans chaque situation : « Pourquoi n’aboutissons-nous pas toujours à la même réponse ? Pourquoi, dans certains cas, $\frac{1}{2}$ peut être plus petit qu’un autre $\frac{1}{2}$? ».

D’autres situations de classe :

- Une demi bouteille d’eau n’est pas identique à un demi verre d’eau ;
- Les moitiés de bouteilles de plusieurs capacités différentes, ne sont pas identiques ;
- …

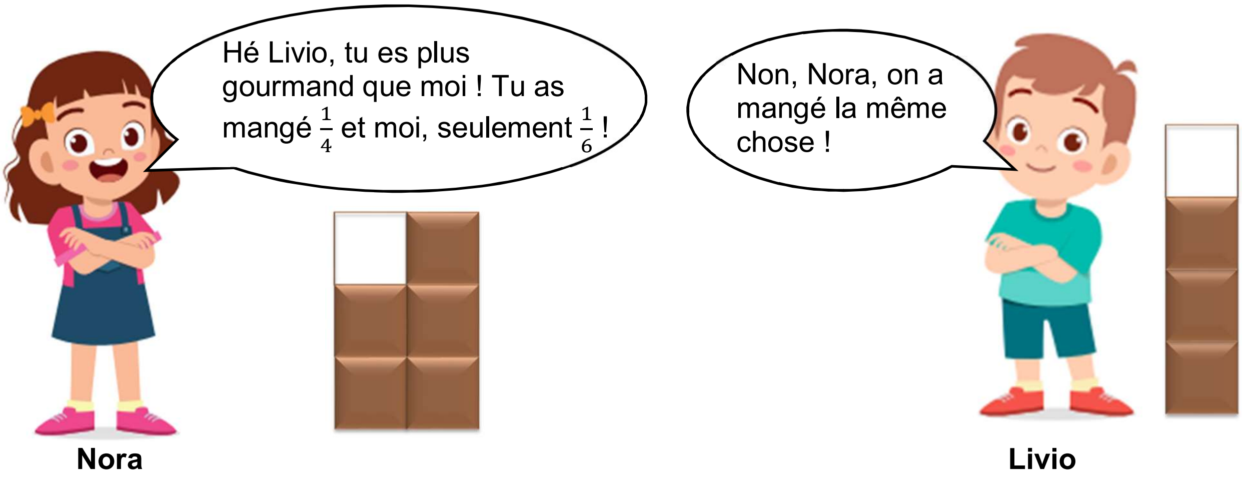
L’exercice peut être répété avec d’autres nombres de billes (voir matériel situation 2 et 3)

C. SYNTHÈSE ET TRANSFERT

L'enseignant synthétise ce qui a été appris lors de cette séance. Il insiste sur le concept de fraction « partage » donc sur le fait que la fraction, dans ce cas, est une fraction « de quelque chose ». Dans la situation initiale, il est important de connaitre le nombre initial de billes. Si le référent est le même pour les deux fractions, la réponse sera identique. Si le référent change, la réponse sera différente.

L'enseignant peut prolonger l'activité avec d'autres exercices ou d'autres situations problèmes.

Exemple : Nora et Livio ont chacun mangé un carré de chocolat.



Que penses-tu de la remarque de Nora et de la réponse de Livio ? Qui a raison ? Explique !

Matériel disponible

- Matériel billes situation 1 **(ANNEXE 8)**
- Matériel billes situation 2 **(ANNEXE 9)**
- Matériel billes situation 3 **(ANNEXE 10)**

8. COMPLÉMENT : LE DOMINO DES FRACTIONS

8.1 INTENTION

Consolider les représentations des fractions $\frac{...}{2}$, $\frac{...}{4}$, $\frac{...}{3}$, $\frac{...}{6}$, $\frac{...}{8}$

8.2 NOMBRE DE JOUEURS

2 joueurs

8.3 BUT DU JEU

Le **but du jeu du domino des fractions** est de se débarrasser le premier de tous ses dominos.
Les objets fractionnés sont variés, mais chaque fraction correspond à une représentation.

8.4 MATÉRIEL

36 dominos à découper.

8.5 RÈGLES DU JEU

Un des deux joueurs distribue à l'aveugle 5 dominos à chacun. Les autres dominos constituent la pioche.
Le premier joueur pose un de ses dominos sur la table. Le 2e joueur examine la fraction apparaissant dans la partie droite du domino de son adversaire.
S'il a « dans sa main » le domino illustrant, dans la partie gauche, la fraction demandée, il le pose à la suite. Si non, il pioche un nouveau domino.
Et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'un des joueurs ait réussi à déposer tous ses dominos sur la table.

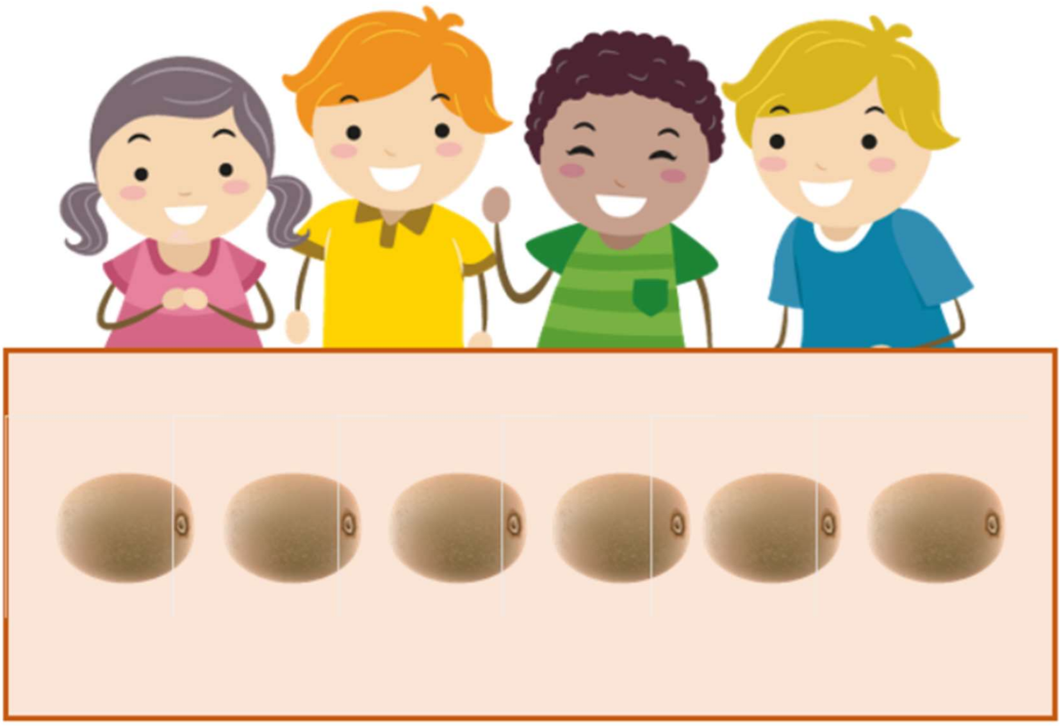
Matériel disponible

- Le domino des fractions **(ANNEXE 11)**

Annexe 1 - Kiwis - Situation initiale

À la cantine, Madame Sylvie distribue aux enfants des kiwis pour le dessert. Elle dispose 6 kiwis sur une table où sont assis 4 enfants.

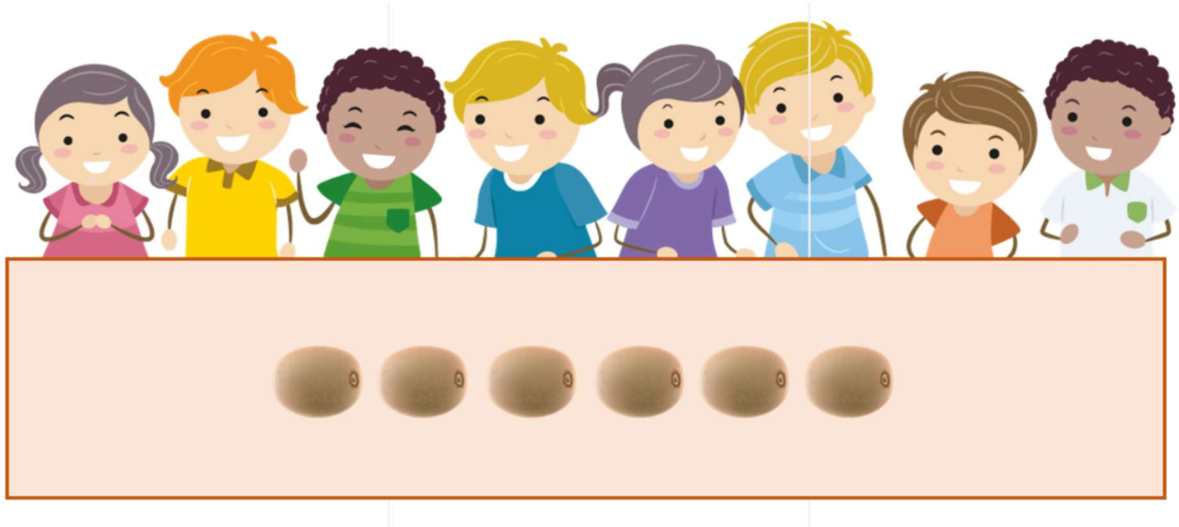
Tous doivent recevoir la même chose et il ne doit rien rester.



Que va recevoir chaque enfant ?

Annexe 2 - Kiwis - Augmentation du nombre d'élèves

À présent, Madame Sylvie distribue dispose 6 kiwis sur une table où sont assis 8 enfants. Tous doivent recevoir la même chose et il ne doit rien rester.



Que va recevoir chaque enfant ?

Et si Madame Sylvie distribue dispose 6 kiwis sur une table où sont assis 12 enfants. Tous doivent recevoir la même chose et il ne doit rien rester.

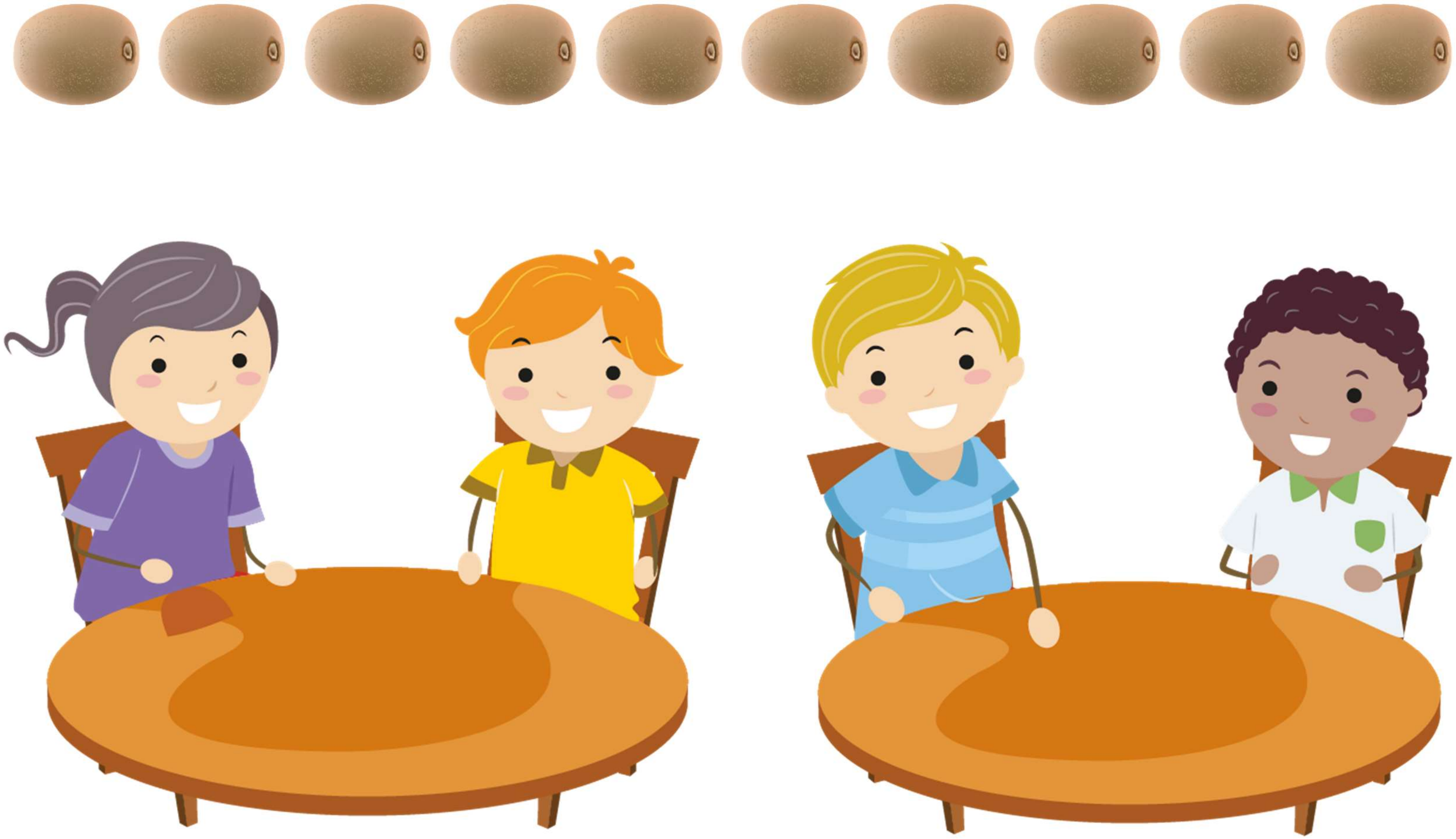
Que va recevoir chaque enfant ?

ANNEXE 3 - Kiwis Dépassement

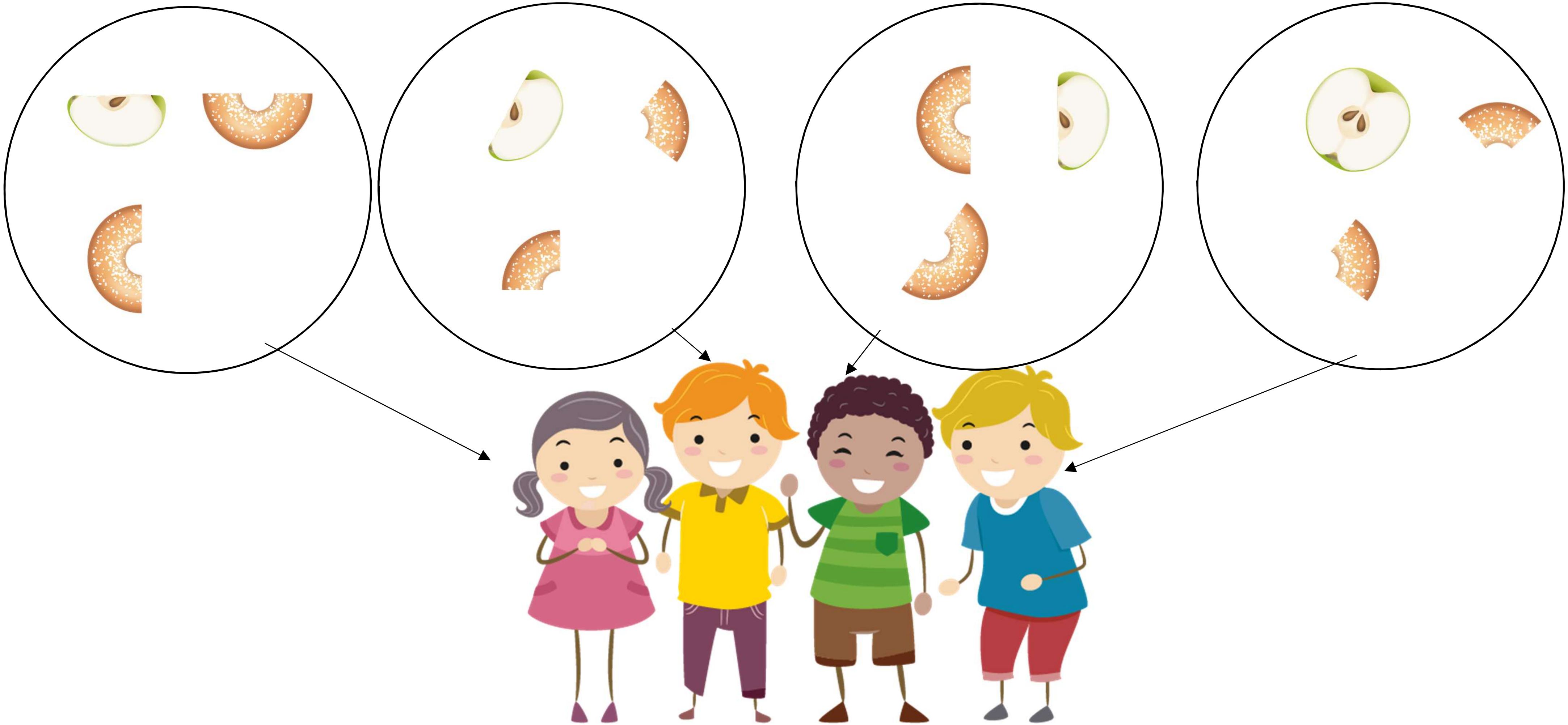
Hakim veut partager ces fruits entre 4 enfants. Chaque enfant doit recevoir la même quantité que les autres et il ne peut rien rester.

Que reçoit chaque enfant ? ____

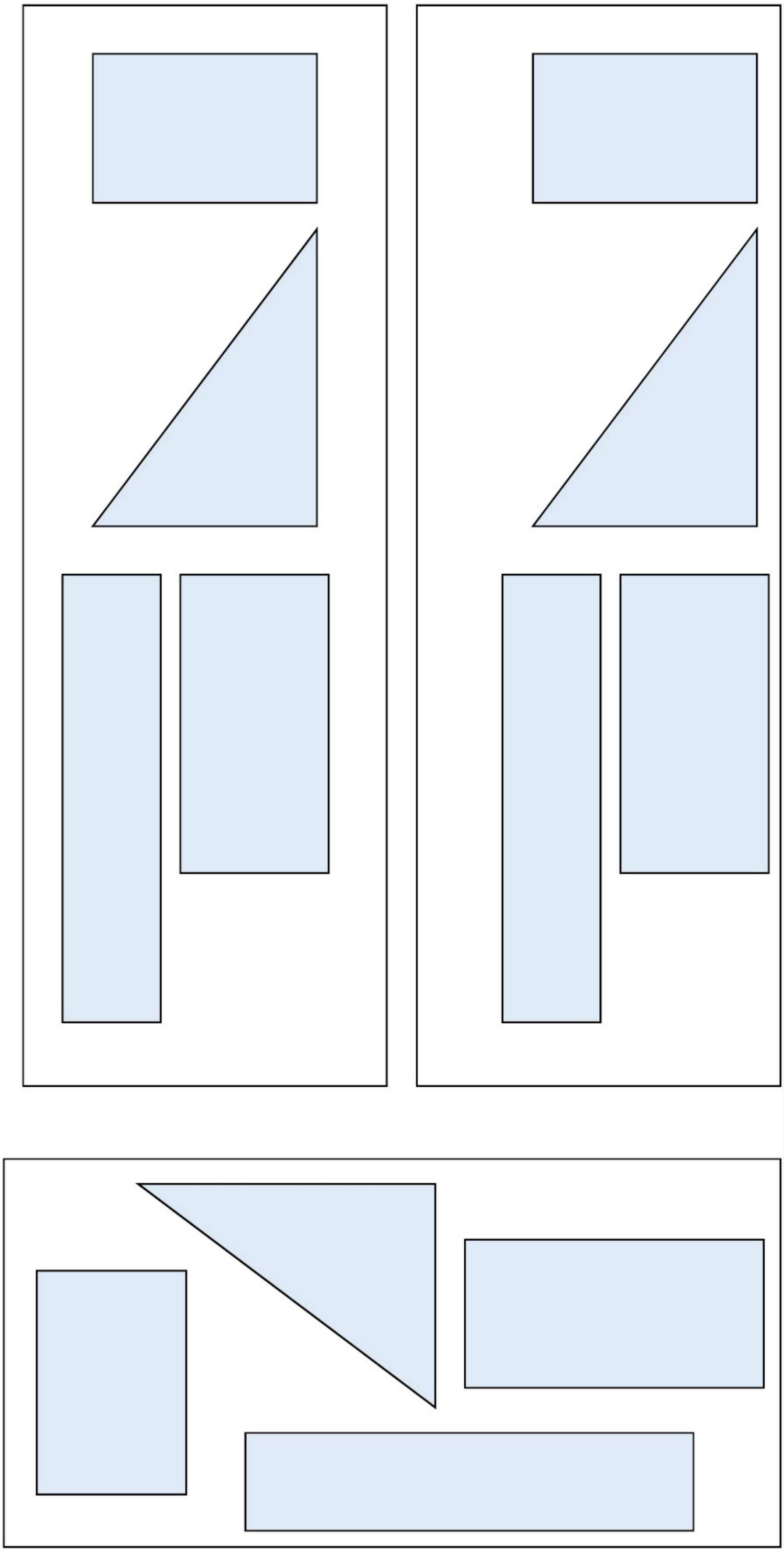
Si 4 enfants se partagent 10 kiwis, combien de kiwis faut-il sur une table de 2 enfants pour qu’ils mangent tous la même quantité ?



Juliette a partagé le goûter. Elle est sûre d'avoir réparti les 2 pommes et les 2 beignets équitablement.
A-t-elle raison ? Nomme les parts reçues par chacun.



ANNEXE 4 - Pièces bleues

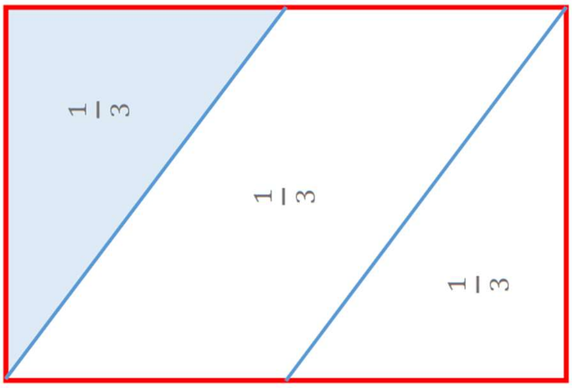


ANNEXE 5 - Partages Noah

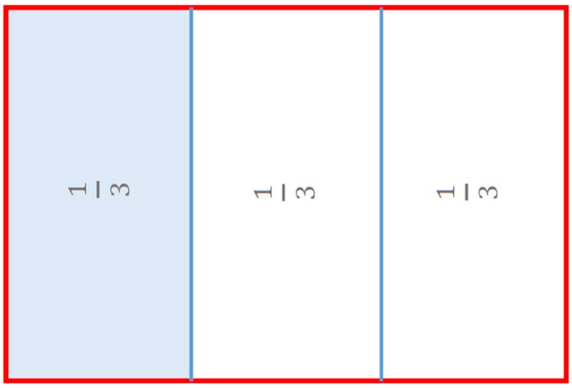
Observe ces partages.

Noah a voulu représenter la fraction $\frac{1}{3}$ dans ces rectangles.

A-t-il travaillé correctement ?



F4



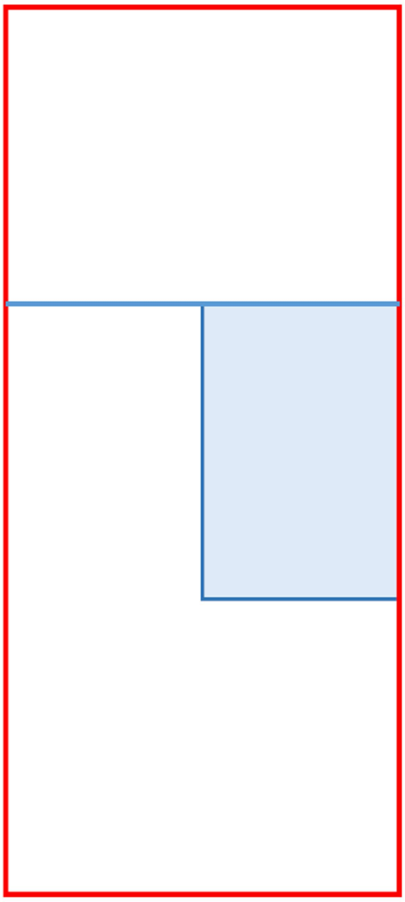
F3

F2

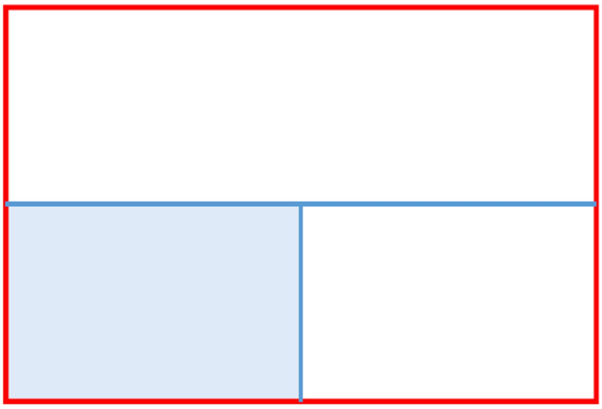
F1

ANNEXE 6 - Matériel dépassement

F6



F5

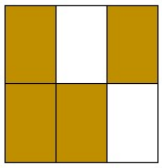


F1

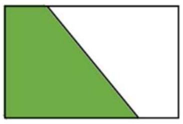
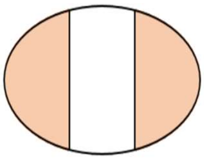
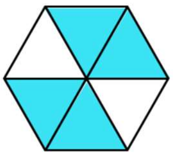
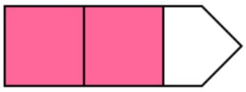
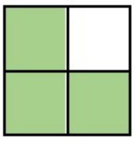
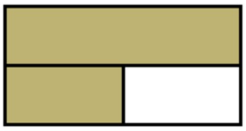
ANNEXE 7 - Exercices de prolongement

Quelles fractions ?

1. Nomme la partie coloriée à l’aide d’une fraction

 ___	 ___	 ___
 ___	 ___	 ___

2. Barre la ou les représentation(s) qui ne correspond(ent) pas à la fraction demandée.

$\frac{1}{2}$			
$\frac{2}{3}$			
$\frac{3}{4}$			

ANNEXE 8 - Matériel billes **situation 1**

Sachet de Martin

Sachet de Simon

ANNEXE 9 - Matériel billes **situation 2**

Sachet de Martin

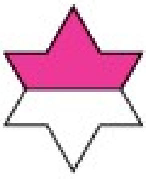
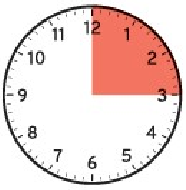
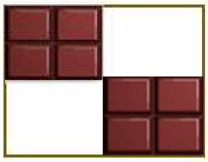
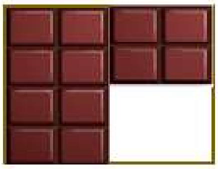
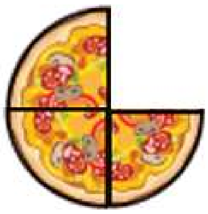
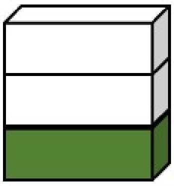
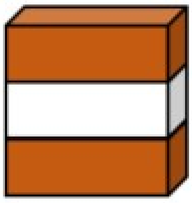
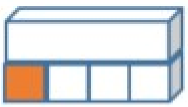
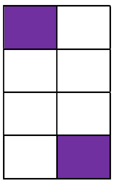
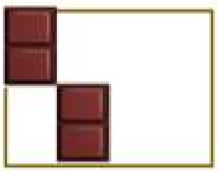
Sachet de Simon

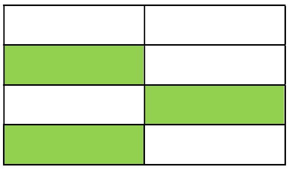
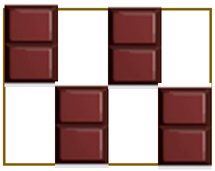
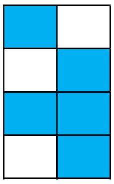
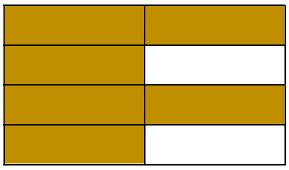
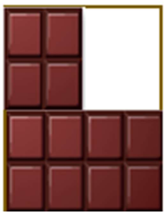
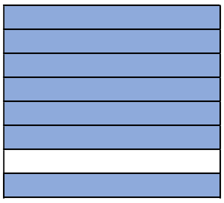
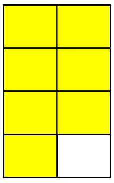
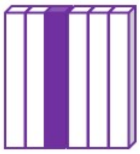
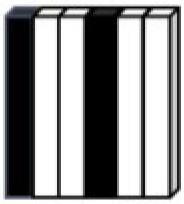
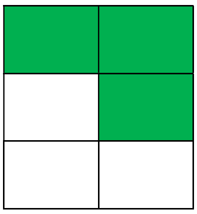
ANNEXE 10 - Matériel billes **situation 3**

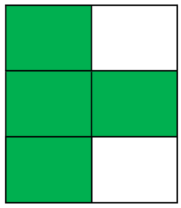
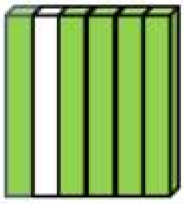
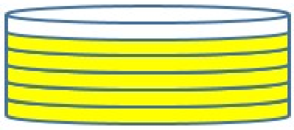
Sachet de Martin

Sachet de Simon

ANNEXE 11 - Le domino des fractions

	$\frac{5}{6}$		$\frac{5}{6}$
	$\frac{7}{8}$		$\frac{1}{8}$
	$\frac{2}{8}$		$\frac{3}{4}$
	$\frac{2}{6}$		$\frac{3}{6}$
	$\frac{1}{6}$		$\frac{3}{4}$
	$\frac{2}{6}$		$\frac{5}{8}$
	$\frac{1}{3}$		$\frac{4}{6}$
	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{2}$

	$\frac{3}{8}$		$\frac{1}{6}$
	$\frac{2}{3}$		$\frac{6}{8}$
	$\frac{2}{4}$		$\frac{1}{4}$
	$\frac{2}{8}$		$\frac{4}{6}$
	$\frac{4}{8}$		$\frac{3}{8}$
	$\frac{6}{8}$		$\frac{1}{3}$
	$\frac{2}{4}$		$\frac{4}{8}$
	$\frac{5}{8}$		$\frac{3}{6}$

	$\frac{7}{8}$		$\frac{2}{3}$
	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$

9. BIBLIOGRAPHIE

Bednarz, N., & Proulx, J. (2014). The (relativity of the) whole as a fundamental dimension in the conceptualization of the fraction. In: *Fields Mathematics Education Journal, 2*, 27-54.

de Terwangne M., & Hauchart C., & Lucas F. (2007). *Oser les fractions dans tous les sens.* Collection Math & Sens, Éditions De Boeck.

Demonty, I., Fagnant, A., Géron, C., Halleux, R., & Sacré, A. (2022). *Différencier pour donner du sens aux fractions*. Fédération Wallonie-Bruxelles. https://www.e-classe.be/7ca5211f-cbb1-4560-849b-c3ff79b5454d

Empson, S. & Levi, L. (2011). *Extending children's mathematics. Fractions and decimals.* Portsmouth: Heinemann.

Siegler, R., Carpenter, T., Fennell, F., Geary, D., Lewis, J., Okamoto, Y., Thompson, L., & Wray, J. (2010). *Developing effective fractions instruction for kindergarten through 8th grade: A practice guide* (NCEE #2010-4039). Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Retrieved from whatworks.ed.gov/ publications/practiceguides.